Malla P. 511

Matheris pag. 408.

R

Versuch einer Anleitung

zur

praktischen Rechenkunst,

als

Handbuch

brauchbar

für alle Stände.

Von

Friedr. Aug. Schröter

K. Pr. B. S.

Mit Kupfern und logarithmischen Tabellen.

1 Thlr.

Halle,

in J. C. Hendels Verlage.

1795.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Auf Schulen wird die Arithmetik selten in ihrem ganzen Umfange betrieben, und kann daselbst auch nicht vollständig abgehandelt werden, weil man derselben wöchentlich nur eine oder zwey Stunden zu widmen pflegt. Alles, was man nun da lernt, erstreckt sich, wenn der Hauptgegenstand des Unterrichts nicht Mathematik ist, kaum bis zur einfachen Regel de Tri, selten bis zur Berechnung zusammengesetzter Verhältnisse; von den übrigen Rechnungsarten aber erfährt man nicht ein Wort, theils, weil es wie schon gesagt ist, dazu an Zeit fehlt, theils, weil sie der Lehrer bisweilen selbst nicht versteht. Und wenn das alles auch nicht wäre; wenn man sich wirklich von allen Gegenständen der Rechenkunst einige Kenntniß erworben hätte: so werden diese doch in der Folge durch andere Dinge wieder verdrängt; man vergißt das Erlernte bey vernachläßigter Uebung, und muß denn bey vorkommenden Fällen seine Zuflucht zu einem Rechenbuche nehmen.

Mit den Rechenbüchern ist es nun eine eigene Sache; der groſste Theil derselben geht höchstens bis zur Berechnung zusammengesetzter Verhältnisse; nur wenige geben vollständige Anweisung zur Gesellschafts-, Vermischungs- und Alligationsrechnung; noch wenigere tragen die doppelte Zins- und Rabbattrechnung in Verbindung mit andern Rechnungen vor; fast alle schweigen von Zerfällung der Zahlen in kleinere Faktoren, von Decimalbrüchen und Logarithmen, von welchen in der Rechenkunst so nützlichen Sachen, man nur in eigentlich mathematischen Büchern eine Anweisung findet; und wenn man das alles auch zusammen antrift: so ist das Werk doch so reich an Bänden, daß es der Kosten wegen, für viele Menschen ungenutzt bleiben muß. Ein Buch also, welches in gedrungener Kürze alle diese Gegenstände der Arithmetik abhandelte, wäre daher immer noch Bedürfniß, sowol zum Unterrichten und Lernen, als zum Nachschlagen und Wiedererinnern.

Hierauf gründet sich die Entstehung des vorliegenden Versuchs, dem jedoch zur Vollhaltigkeit wenig mehr, als eine Erweiterung der hinten angehängten Tabellen fehlt. Beym Gebrauch desselben setze ich voraus: daß der Leser mit den ersten Operationen der Rechenkunst bekannt sey; das heißt: daß er wenigstens ganze Zahlen zu addiren, zu subtrahiren, zu multipliciren und zu dividiren wisse. Den Vortrag habe ich so kurz, als es der Deutlichkeit unbeschadet möglich war,

ein-

eingerichtet: daher die vielen in Büchern dieser Art befindlichen, und nur den Bogen füllende Exempel weggelassen, und mich an einigen Orten bloßer Formeln bedient, welche vermittelst der Einleitung leicht in Worte aufgelößt werden können.

Ob ich neue, auf Abkürzung abzweckende Methoden erfunden habe? weiß ich nicht. Im Gebiete der Wahrheit grünt noch manches unvergängliche Blümchen, allen die darauf achten, für Einen so gut als für Viele. Wer das Daseyn desselben zuerst verkündigt, der ist doch nicht immer der erste Finder. — Wer viel rechnet, der kommt oft auf einen Gedanken, den ein anderer auch schon gehabt haben kann; wie soll man das erfahren? daran ist indessen wenig gelegen, wenn die vermeinte neue Erfindung nur Nutzen stiftet, und will ich mir die meinigen, wenn ja dergleichen Statt haben sollten, nicht als Verdienst angerechnet wissen. Die mancherley sogenannten leichten Rechnungsmethoden, welche in vielen Büchern zur Schau ausgestellt sind, können schwerlich auf Beyfall rechnen; denn jedes Exempel erfordert beynahe eine besondere Regel, und wer kann die alle behalten? — Mir hat die Zerfällung der Zahlen in kleinere Faktoren nur allein am bequemsten geschienen, und daß dem wirklich so ist, wird ein Versuch im Kleinen, mit der angehängten Faktorentafel, welche ich nach Hindenburgs Anleitung berechnet habe, verbunden mit der Tafel der Potenzzahlen, hinreichend beweisen.

Ue-

Uebrigens ist, dem Titel nach, dieses Buch zwar für alle Stände bestimmt, inzwischen habe ich darinn die eigentlich kaufmännischen Rechnungen nicht mit aufgenommen, weil dasselbe sonst zu weitläuftig geworden wäre. Es sind auch für diesen Stand allein schon Rechenbücher genug vorhanden, besonders haben sich erst neuerlich Hr. M. J. M. Schulz durch die Herausgabe seines Elementarbuchs der kaufmännischen Rechenkunst, oder Vorübungen zu Krusens Kontoristen, 8v. Berlin 1792; und Hr. J. J. Girtanner durch seine logarithmische Tafeln und Abkürzungen kaufmännischer Rechnungen. Winterthur 1794, ein grosses Verdienst erworben; und wer eine Vergleichung aller, besonders Europäischen Maaße, Gewicht und Münzen zu haben wünscht, der wird in dem zu Erfurt 1791 herausgekommenen kleinen Kontoristen, vollkommene Befriedigung finden.

Zum Schluß ersuche ich den Leser, vor dem Gebrauch dieses Buchs, die in denselben befindlichen Druckfehler, welche nicht durch meine Schuld entstanden sind, da ich wegen der weiten Entfernung vom Druckorte, die Korrektur nicht habe besorgen können, nach dem hiebey angehängten Verzeichniß, geneigt zu verbessern.

Geschrieben im April 1795.

Der Verfasser.

Druckfehler.

Seite 2 Zeile 4, von oben für × lese man ⋊

" 2 " 10, von unten, für $\frac{2+3:7}{5}$, $\frac{6:9+3}{12}$ lese man:

$\frac{2+3}{5}:7 \rtimes 6:\frac{9+3}{12}$.

" 3 " 15, v. o. für erhielt, l. erhält.

" 7 " 8, v. o. f. × l. ⋊.

" 19 " 3, v. u. f. fallen, l. fällt.

" 20 " 4, " f. 1456 l. 1458.

" 30 " 11, v. o. f. $\frac{10}{1}\ \frac{3}{8}$ l. $\frac{10}{1} \rtimes \frac{3}{8}$.

" 40 " 9, " streiche man die 4 weg.

" 51 " 5, " f. Quotient l. Quadrat.

" " " 5, v. u. f. davon, l deren

" " " 6, " f. Zähler, l. Zahlen.

" 52 " 1, v. o. f. | mache man vor den letzten 36 f.

" 55 " 7, v. u. hinter größern ein (;)

" 58 " 8, v. o. f. von der l. von den

" 62 " 3, v. o. . $\sqrt{}$ 3 12 l. $\sqrt{}$ 3 ⋊ 12.

" " " 5, v. o. f. zwey geometrische, l. zwey mittlere geometrische.

" 67 " Die Seitenzahl ist 67 und nicht 37.

" " Zeile 11, v. o. f. + l. =.

" " " 1, v. u. f. $\frac{2.128=2}{2\ \ 1}$ l. $\frac{2.128-2}{2-1}$.

" 69 " 8, v. u. f. 18, l. 81.

" " " 15, v. u. f. das Produkt, l. des Produkts.

" 70 " 10, v. u. f. Log. 9, l. Log. 6.

" 76 " 5, v. u. f des l. das.

" 81 " 7, v. o. f. 42^2. l. 41^2.

" 82 " 4, v. o. f. $\frac{101999}{101993}$ l. $\frac{101999}{101998}$.

" " " 8, v. o. f. 7825 l. 7845.

" " " 9, v. v. f. $\frac{3933}{3942}$ l. $\frac{3923}{3922}$.

" 85 " 9, v. o. f. $\frac{7744}{2}$ l. $\frac{7744}{22}$.

" " " 12, v. o. f der l. mit der.

" " " 14, v. o. f. Log. l. Log. 8.

" " " 2, v. u. f. Logarithmen der, l. Logarithmen, mit dem Logarithmen der

" 92 " 10, v. o. f. $\frac{625.671}{673.625}$ l. $\frac{625.671}{671.625}$.

" 93 " 18, v. o. f. $\frac{46}{3}$ l. $\frac{26}{3}$.

" 95 " 18, v. o. f. denn ist, l. alsdann ist.

" 107 " 11, v. o. muß, i n, weggestrichen werden.

" 109 " 13, v. o. f. 2 Zoll, l. 4 Zoll.

Seit. 124 Zeile 15, v. o. f. $x = {}^{28}/_{3} : 2$ l. $\frac{28}{3.2}$.

" 126 " 19, v. o. f. $\frac{12:2}{2}$ l $\frac{12}{7}\frac{2}{2}$.

" " " 2, v. u. hinter 30 ein (,)

" 128 " 8, v. u. f. wenn l. nenne

" 130 " 11, v. o. f. 858 l. 854.

" 133 " 7, v. o. f. 600 thlr. l. 600 thlr. zu 5 Procent.
Die Seitenzahl muß für 135, 133 seyn.

" 134 " 4, v. u. f. 604 l. 624.

" 143 " 12, v. u. f. $\frac{20}{11}$ l. $\frac{20}{21}$.

" 147 " 2, v. o. l. das Kapital besteht also:

" 153 " 13, v. o. f. 105^{5} l. 100^{5}.

" 156 " f. die 3te und 4te Zeile lies: $20 . \frac{100}{5} . \left(\frac{105}{100}\right)^{22} -$
$20 . \frac{100}{5} =$
$= 20 . 20 . \left(\frac{21}{20}\right)^{22} - 20 . 20$
$= 400 . \left(\frac{21}{20}\right)^{22} - 400.$

" 162 " 17, v. o. f. (a) l. (c)

" 163 " 1, v. o. f. $200 . 20$ l. $200 . 20^{11}$.

" " " 2, v. o. f. Bedingung, l. Ausrechnung.

" 166 " 13, v. o. f. $3 . 52^{5}$ l. $3 . 53^{5}$.

" 167 " 14, v. o. f. $\frac{102}{100}$, l. $\frac{102}{105}$.

" " " 16, v. o. hinter + $\left(\frac{34}{35}\right)^{5}$ setze : =

" " " 19, v. o. hinter $400 . 34$ folgt: —

" " " 3, v. u. 356 muß eine Zeile herunter gesetzt werden.

" 168 " 2, v. o. f. 12600 l 13600.

" 175 " 10, v. o. f. $27 - 152$ l. $27 = 153$; und streiche = vor, und, weg

" 180 " 10, v. o. f. $\frac{185}{29}$ l. $\frac{158}{29}$.

" 182 " 5, v. o. f. 547 l. 347. zwischen beyden Formeln setze = und streiche = im Nenner der zweyten Formel, weg.

" 185 " 9, v. u. f. 1826 l. 1836.

" " " 6, v. u. f. 53^{3} l. $3 + 53^{3}$.

" 187 " 6, v. o. f. 38 5 l. 38 . 5.

" 190 " 2, v. u. f. 5846 l. 5849.

" 213 " 4, v. u. f. (no. 1.) l. (§. 117, n. 1.)

" 216 " 11, v. u. f. $65\frac{5}{6}$ l. $195\frac{5}{6}$.

" 218 " 7, v. u. f. — l. =.

" 219 " 14, v. o. f. y l. g.

" " " 9, v. u. f. deren, l. darin

" 222 " 6, v. o. f. $\frac{85}{10}$ l. $\frac{8+5}{10}$.

" 226 " 3, v. o. fehlt die Summe der beyden Logarithmen, 5, 2220007.

Der Buchbinder beliebe das Einmal Eins vornan, das andere Kupfer aber hintenan zu binden.

Inhalt.

Erste Abtheilung.

	§.	Seite.
Erklärung einiger Kunstwörter und Zeichen	1.	1
einige Vortheile bey der Multiplication	9.	4
dergleichen bey der Division	10.	13
Rechnung mit gebrochenen Zahlen.	11.	15
Brüche zu verkleinern	19.	18
vom gemeinschaftlichen Maaße zweyer Zahlen.	21.	20
Brüche von verschiedenen Nennern unter eine Benennung zu bringen	22.	21
Die Addition der Brüche	25.	24
Die Subtraktion der Brüche	26.	24
Die Multiplication der Brüche	27.	25
Die Division der Brüche	30.	28
Den Werth eines Bruchs zu bestimmen.	36.	31
Proportionsrechnung mit gebrochenen Zahlen	37.	32
Die Verhältnisse der Brüche in ganzen Zahlen anzugeben	38.	33
Von zehentheiligen Brüchen.	39.	33
Addition und Subtraktion	40.	35
Multiplikation	41.	
Division	42.	36
Einen gewöhnlichen Bruch in einen Decimalbruch verwandeln	43.	37
Die Decimaltheile eines Ganzen nach dem eigentlichen Werth zu bestimmen.	44.	38
Die Theile eines Ganzen in Decimaltheile zu bestimmen	45.	39
Von zusammengesetzten und Dignitätszahlen, von Ausziehung der Quadratwurzel und von den Faktoren der Zahlen.		
Von den Prim- zusammengesetzten und Potenzzahlen	46.	40
Von der Quadratwurzel. Entstehung des Quadrats	51.	41
Die Quadratwurzel auszuziehen	54.	41
Behandlung des übrigbleibenden Restes	55.	45
Die Quadratwurzel aus Decimalbrüchen zu ziehen	58.	49

Von

	§.	Seite.
Von der Kubikwurzel	59.	50
Gewicht zweyer Kugeln. Fall der Körper.		
Verkaufspreis der Edelgesteine.		
Mittel die Zahlen in kleinere Faktoren zu zerfällen	61.	55
Gebrauch der Faktoren	62.	57

Von den Proportionen.

Erklärung	64.	58
Arithmetische und geometrische Proportionen	65.	"
Die vierte arithmetische Proportionalzahl zu finden	69.	59
Zu verschiedenen arithmetischen Proportionalzahlen die Mittlere zu finden	70.	59
Das mittelste Glied einer stetigen arithmetischen Proportion zu finden	71.	60
Von den geometrischen Proportionen. Das Vielfache einer gegebenen Zahl von einer andern zu finden	72.	60
Die Verhältniß geometrischer Proportionalzahlen	73.	"
Mittlere geometrische Proportionalzahlen zu finden	76.	61
Zu drey geometrischen Proportionalzahlen die Vierte zu finden	77.	62
Verschiedene Eigenschaften der geometrischen Proportionen	78.	63
Die Verhältniß der Brüche	79. 80.	65
Von arithmetischen und geometrischen Reihen und den Logarithmen	81.	"
Eigenschaft einer arithmetischen Reihe	82.	66
Das erste oder letzte Glied einer arithmetischen Reihe zu finden	83.	"
Die Summe aller Glieder einer arithmetischen Reihe zu finden	84.	67
Die Summe aller Glieder einer geometrischen Reihe zu finden	85.	"
Das letzte Glied einer geometrischen Reihe zu finden	86.	68.
Den Exponenten einer geometrischen Reihe zu finden	87.	
Die Anzahl der Glieder einer solchen Reihe zu finden	88.	

Von den Logarithmen.

Eigenschaften der Logarithmen	89.	69
Briggische Logarithmen	90.	71
Vorzüge der Briggischen Logarithmen vor andern	91.	73
Vorsichtsregel beym Gebrauch der Briggischen Log.	93.	75
Berechnung der Briggischen Logarithmen.		
Für eine jede Zahl von 40 bis 200 den Log. zu finden	94.	80
Für jede Zahl über 1200 den Log. zu finden	95.	81

Vom

	§.	Seite.
Vom Gebrauch logarithmischer Tafeln	96.	82
Anwendung der Logarithmen	98.	84

Zweyte Abtheilung.

Eine Aufgabe aus der Multiplication	99.	89
Von Vorsetzungen und Kombinationen — Wahrscheinlichkeit zu gewinnen beym Würfel, etc. Spielen —		
Einige Aufgaben aus der Division	100.	92
Gewicht der Luft und des Wassers — Wie viel Zeit 12 Personen nöthig haben, um ihre Plätze auf alle mögliche Arten zu verändern — Menge der Neumonden in 19 Jahren — Theilungsrechnung — etc.		
Die Regel de Tri	101.	95
Nähere Bestimmung derselben. — Die gerade — die verkehrte Regel de Tri. — Regeln zur Zusammenziehung beyder.		
Wenn einer der gegebenen Sätzen 1 ist	102	97
Aufgaben zur geraden Regel de Tri — Berechnung verschiedener Geschwindigkeiten — Des Schalles etc. — Des Laufs der Erde um die Sonne — Vergleichung der Bewegung der Erde, mit der Geschwindigkeit einer Kanonenkugel — Zirkelberechnung — Umkreis der Erde —	103.	99
Zins — Gewinnrechnung etc.		
Fortsetzung — Aufgaben zur verkehrten Regel de Tri gehörig	104	108
Zusammengesetzte Verhältnisse — Begrif von Ursach und Wirkung	105.	113
Entwickelung zusammengesetzter Verhältnisse	106.	114
Fortsetzung	107.	115
Fortsetzung, Kettenrechnung	108.	117
Entwickelung zusammengesetzter Verhältnisse, vermittelst einer Gleichung	109.	128
Einfache Zinsrechnung	110.	129
Einfache Rabbattrechnung	111.	137
Zinseszinsrechnung	112.	144
Doppelte Rabbattrechnung	113.	159
Berechnung mittlerer Zahlungs-Termine	114.	168
Berechnung veränderter Zahlungs-Termine	115.	181
Verschiedene in die doppelte Zins- und Rabbattrechnung einschlagende Aufgaben	116.	187

§. Seite.

Die Dauer einer jährlichen Rente — Berechnung des Kapitals zu einer Zeitrente auf gewisse Jahre — Aus dem Kapital, dem Zins, der Zeit, die Größe einer Rente zu finden — Vergleichung von Geboten — Antichretischer Vortrag.

Dritte Abtheilung.

Gesellschaftsrechnung . . . 117. 199
Theilungs — Gewinn und Verlust — Fracht Haverey — Erbtheilungsrechnung — Berechnung des Pflichttheils — Der Falcidischen Quarte — Der Kontribution — Remission — Konkursberechnung etc.

Vermischungsrechnung . . . 118. 213
Gold — Silber Zinngewicht. Legirung der Metalle etc. — Das Archimedische Problem.

Alligationsrechnung . . . 119. 220

Cöcirechnung — Vorbereitung — . . . 120. 231

zur Cöcirechnung gehörige Aufgaben . . 121. 236

Münzrechnung . . . 122. 248
Vorkenntnisse — Münzfuß — Vergleichung der Münzsorten — Bestimmung des Werths einer Münzsorte gegen eine andere — Gewicht des Preußischen und Sächßischen Geldes.

Falsirechnung . . . 123. 260

Zusätze. . . . 268

Abgekürzte Multiplikation und Division, mit Decimalbrüchen — Den Werth der Decimalbrüche zu bestimmen — Regel zur Ausziehung der Kubikwurzel für Zahlen von drey und mehrern Klassen — Leichte Art den Briggischen Logarithmen für jede Zahl zu berechnen, und für jeden Logarithmen die Zahl zu finden.

Zugabe.

Der üblichsten Maaße und Gewichte. . . 265

Anhang.

A. Faktorentafel aller Zahlen von 1 bis 2100. 279
B. Tafel einiger Potenzzahlen. . . 307
C. Tafel der Logarithmen für die Zahlen von 1 bis 1000. 319

Erklä-

Erklärung einiger Kunstwörter und Zeichen.

§. 1.

Die Summe, oder das Facit, entsteht, wenn mehrere Zahlen addirt werden. 36, 49, 7 und 32 addirt geben zur Summe, oder zum Facit, 124.

Die Differenz ist das, was nach der Subtraktion als Rest übrig bleibt.

§. 2.

Das Produkt ist das, was durch die Multiplikation heraus kommt. Die Zahl, womit multiplicirt wird, heißt der Multiplikator, und die Zahl, welche multiplicirt werden soll, heißt der Multiplikandus, und beyde Zahlen heißen Faktoren. Die Faktoren 26 und 37, geben zum Produkte, 962.

§. 3.

Der Quotient, oder der Quotus, wird dasjenige genannt, was durch die Division hervorgebracht wird. Die Zahl, womit man dividirt, heißt der Divisor, und die Zahl, welche dividirt werden soll, der Dividendus. Beyde formiren einen Bruch, wovon dieses der Zähler, jenes der Nenner ist. Die Zahlen 29 und 87, in einander dividirt, geben entweder $\frac{29}{87}$ oder 3 zum Quotienten, je nachdem man die eine, oder die andere als Divisor betrachtet.

§. 4.

Das Zeichen + bedeutet: daß die Zahlen, zwischen welchen es sich befindet, addirt werden sollen. Ein Querstrich (—) ist das Zeichen der Subtraction. Ein Punkt (.) oder ein schräges Kreuz (×) zwischen den Zahlen, bezeichnet eine vorzunehmende Multiplikation. Zwey übereinander stehende Punkte (:) oder ein Bruch ($\frac{12}{4}$) bedeuten die Division; und zwey kurze Paralellinien (=) das Zeichen der Gleichheit, bedeuten, daß die Zahlen, zwischen welchen es sich befindet, einander gleich an Werth sind, $3+\frac{4.7}{7} = 7$, das heißt: 3 und 4 sollen addirt, die Summe 7 mit 7 multiplicirt, und das Produkt 49 mit 7 dividirt werden; da denn 7 zum Quotienten kömmt. Eine Figur, oder Zahlenstellung, oder Formul, wie diese, hat den Namen einer Gleichung, welche immer zwey Glieder hat, die durch das Zeichen = von einander abgesondert werden.

§. 5.

Zahlen, über welchen ein Strich sich befindet, oder welche in Klammern eingeschlossen sind, dürfen nicht von einander getrennt werden.

Z. E. $\overline{2+\frac{3.7}{5}}$, $\overline{\frac{6.9}{12}+3}$; oder $(\overline{2+\frac{3.7}{5}}).\overline{\frac{6.9}{12}+3}$ = 42, bedeutet, daß mit den eingeschlossenen Zahlen, erst die vorgeschriebenen Operationen vorgenommen, und solche dann erst multiplicirt werden sollen.

§. 6.

Das Zeichen $\sqrt{}$ bedeutet, das aus der Zahl, vor welcher es steht, die Quadratwurzel gezogen werden soll. Zum Ueberfluß pflegt man, in diesem Falle, über die Oeffnung des Zeichens, eine kleingeschriebene 2 zu setzen: $\sqrt[2]{36} = 6$; oder $\sqrt{36} = 6$. Eine 3, 4 ꝛc. zeigt an, daß die dritte, vierte ꝛc. Wurzel aus

aus der folgenden Zahl gezogen werden solle; und n in $\sqrt[n]{}$ bedeutet jede Zahl.

§. 7.

Zur bessern Uebersicht der arithmetischen Arbeiten pflegt man die Größen oder Zahlen, welche zu verändern sind, mit den Buchstaben des Alphabets zu bezeichnen. Die ersten, als a, b, c, ꝛc. werden für die schon bekannten; und die leztern, als x, y, z, für die noch unbekannten Größen genommen. Daraus entstehen Formeln, zur Auflösung schwerer Aufgaben, welche man, da sie mit wenigen Zeichen viel sagen, dem Gedächtniß sehr leicht einprägen kann. Z. E. es sey gegeben die Summe (a) zweyer Zahlen (x, y); ferner die Differenz derselben (b): daraus sollen nun die Zahlen x, y, gefunden werden. Vermittelst der Buchstaben, Rechnung erhielt man die Formeln: $x = \frac{a-b}{2}$, und $y = \frac{a+b}{2}$; diese wollen sagen: daß, um die kleine Zahl x zu finden, man die halbe Summe von der halben Differenz subtrahiren, und um die große Zahl y zu erhalten, man die halbe Summe zur halben Differenz addiren müsse. Für a und b, kann man nun jede Zahl setzen, welche man will. Es sey $a = 24$; und $b = 6$: so ist $x = \frac{24-6}{2} = \frac{18}{2} = 9$; und $y = \frac{24+6}{2} = \frac{30}{2} = 15$; folglich $15 + 9 = 24 = a$; und $15 - 9 = 6 = b$.

§. 8.

Eine Zahl von einer solchen, in Buchstaben ausgedrückten Größe, heißt der Coefficient derselben, und bedeutet, daß die Größe, so viele Mal, als jene Zahl anzeigt, addirt werden müsse. Eine klein geschriebene Zahl aber rechter Hand, oberhalb einer Größe, heißt der Exponent derselben, und zeigt an, daß solche so oft als die klein geschriebene Zahl bemerkt,*) mit sich selbst

*) In dem Ausdruck a^n, kann n jede Zahl bedeuten.

multiplicirt werden müsse. Z. E. es sey a = 3: so ist 3a = 3 + 3 + 3 = 9; ferner a^4 = 3. 3. 3. 3. = 81. Auf diese letztere Art werden die Potenzen, oder Dignitäten bezeichnet. §. 49.

Diese Bezeichnungsarten muß man wohl merken, denn ich werde mich derselben in der Folge, zur Ersparung der Worte, bisweilen bedienen.

Von der Multiplikation.

§. 9.

Multipliciren heißt den Multiplikandum so oft nehmen, als der Multiplikator andeutet; das Produkt muß also den Erstern so viel Mal enthalten, als der letztere Einheiten hat.

Auser der gewöhnlichen Multiplikations-Methode, merke man sich, zur Erleichterung der Arbeit, folgende Vortheile.

I. Soll mit 5 multiplicirt werden: so hängt man dem andern Faktor eine 0 an, und dividirt mit 2; Mit 25 multiplicirt, werden zwey Nullen angehangen, und mit 4 dividirt; und mit 125 multiplicirt, hängt man drey Nullen an, und dividirt mit 8. Da $5 = \frac{10}{2}$; $25 = \frac{100}{4}$; $125 = \frac{1000}{8}$: so kommt man weit leichter fort, wenn man erst mit 10, 100, oder 1000 multiplicirt, und dann mit 2, 4, oder 8 dividirt.

II. Mit 9 multiplicirt, hängt man dem untern Faktor Eine Null an, und subtrahirt das Einfache. Eben so verfährt man bey 99, mit zwey; bey 999 mit drey Nullen ꝛc. denn 9 = 10 — 1; 99 = 100 — 1; und 999 = 1000 — 1. Daher darf man bey der Multiplikation mit 9999 nur vier Nullen anhängen, das heißt, mit 10000 multipliciren, und von diesem Produkte das Einfache abziehen.

9999. 639247|0000
63|9247

639183 0753

III. Ist mit 98, 998 zu multipliciren: so hängt man dem andern Faktor so viele Nullen an, als der Multiplikator Ziffern hat, und ziehet dann das Zweyfache des Erstern ab. Denn 98 = 100 – 2; 998 = 1000 – 2. Auf solche Art kann man sich bey allen andern Multiplikatoren helfen, deren erste Ziffern 9 sind, und deren letztere 1, 2, 3, ꝛc. ist; nur muß man alsdann das 9, 8, 7, ꝛc. 3fache subtrahiren.

IV. Zwey Zahlen mit 11 zu multipliciren, darf man sie nur addiren, und die Summe unmittelbar zwischen beyde setzen. 11. 36. = 396.

Bey mehrern Zahlen aber setzt man die Erste Zahl rechter Hand ins Produkt; addirt darauf die Erste und Zweyte; die Zweyte und Dritte; die Dritte und Vierte ꝛc. und so fort bis zu Ende. Endlich setzt man noch die letzte ins Produkt, wenn vorher das, was bey der Addition derselben mit der vorletzten Zahl übrig blieb, mit dazu ist gerechnet worden.

469893. 11

5168823

V. Geben zwey Zahlen des Multiplikators ein Produkt zweyer einfachen Faktoren, mit deren Einem die Multiplikation bereits verrichtet ist: so braucht man nur dieses erhaltene Produkt mit dem andern Faktor zu multipliciren, und das Produkt an seine gehörige Stelle setzen.

6532

6532.
369
58788
235152
2410308

Hier ist erst mit 9; weil aber die beyden folgenden Ziffern 36, ein Produkt von 4. 9. ist, das Erste Produkt blos mit 4 multiplicirt und dann addirt worden.

Ist jenes aber nicht: so kann man so viel als nöthig ist, von der folgenden Zahl dazu nehmen, welche denn auch nicht selten, zum vorseyenden Zweck tüchtig gemacht wird.

4789.
33.68
38312
76624
153248
161293 52

Hier ist erst, wie gewöhnlich, mit 8 multiplicirt worden; weil aber die folgende Zahl 36 nicht mit 8 getheilt werden konnte: so hat man zu der 6, bey der folgenden 3, Einen Zehner geborgt, und weil 16 = 8. 2, das vorhergehende Produkt, doppelt genommen, und weil der letztere Multiplikator 32 = 2. 16. das letzte Produkt wieder doppelt genommen.

VI. Sehr vortheilhaft ist übrigens die Rechnung mit den Faktoren des Multiplikators. Man sucht sie in der Tabelle (A) auf; oder bemüht sich solche nach §. 19. 61. zu finden, und multiplicirt mit demselben, nach einer willkührlichen Ordnung, zuerst den Multiplikandus, hierauf aber die herausgekommenen Produkte. Die letzte Operation giebt sodann das Hauptprodukt. Z. E.

4762358. mit $729 = 9^3 = 9.9.9.$
39861222 (9
358750998 (9
3228758982. (9

Ober-

Oder mit benannten Zahlen.

24 Thlr. 14 Gr. 6 Pf. mit 232. 232 = 8. 29.

(8
197 - 20 - - -
(29
5737 Thlr. 4 Gr.

Hier ist 8. 6 Pf. = 48 Pf. = 4 Gr.; 4 Gr. + 8. 17 Gr. = 136 + 4 = 5 Thlr. 20 Gr.; 5 Thlr. + 8. 24 Thlr. = 197 Thlr. folglich 24 Thlr. 17 Gr. 6 Pf. x 8 = 197 Thlr. 20 Gr. ferner: 29. 20 Gr. = 580 Gr. = 24 Thlr. (4 Gr.) und 24 Thlr + 29. 197 = 5537 Thlr. daher 197 Thlr. 20 Gr. x 29 = 5737 Thlr. 4 Gr.

VII. Da sich hier aber besser mit einzelnen, als mit zweyziffrigen Zahlen multipliciren läßt: so zerfälle man die 29 wieder in 3. 9 + 2.; multiplicire erst mit 3, was herauskommt, mit 9, und addire dazu, den mit 2 multiplicirten Multiplikandus.

24 Thlr. 17 Gr. 6 Pf. mit 8. 3. 9 + 2. = 232.

(8
197 - 20 -
(3
593 - 12 -
(9
5341 - 12 -
addire: 395 - 16 -
5737 Thlr. 4 Gr.

= 2. 197 Thlr. 20 Gr. als den eigentlichen Multiplikandus für den Faktor 29.

Wollte man die Faktoren verwechseln, und z. E. erst mit 3. 9 + 2 multipliciren: so müßte der mit 2 vermehrte Multiplikandus erst addirt werden, ehe man mit der 8 fortführe.

24 Thlr. 17 Gr. 6 Pf.
74 - 4 - 6 - (3
667 - 16 - 6 - (9
addire: 49 - 11 - - - (2. 24 Thlr. 17 Gr. 6 Pf.)
717 - 3 - 6 - (8
5737 Thlr. 4 Gr.

Das Produkt der Faktoren kann auch größer seyn, nur muß alsdann der, um die zuviel genommene Zahl vergrößerte, Multiplikandus subtrahirt werden.

Beyspiel: 23 Thlr. 16 Gr. 6 Pf. multipl. mit 11. = 3. 4-1.
71 - 1 - 6 - (3
284 - 6 - - - (4
subtrahire: 23 - 16 - 6 -
= 260 Thlr. 13 Gr. 6 Pf.

Dieses Vortheils kann man sich bey allen Primzahlen bedienen.

VIII. Eben so brauchbar ist, bey der Multiplikation benannter Zahlen, die Zerstreuung des Multiplikators durch das Verhältniß, vermittelst der Addition und Division. Man zerfällt denselben nämlich in lauter solche Theile, die, zusammen addirt, ihn wieder hervorbringen, und sucht dann die Quotienten dieser zerstreuten Zahlen, eine in die andere dividirt.

Z. E. 232

2	2
10	5
20	2
200	10

2. 5. 2. 20 = 200

396

6	6
30	5
60	2
300	5.

5. 2. 5. 6 = 300.

Die

Die Zahlen in den Kolumnen, linker Hand, geben zur Summe die Zahl, welche oben drüber steht, und das Produkt der Zahlen, rechter Hand, ist gleich der Zahl, womit zuerst angefangen ist.

Denn 10 ist der 20ste Theil von 200
2 , 10te , , , 20
5 , 2te , , , 10
2 , , - , , , , 2

200 + 32 = 232.

Um diese Zerstreuung zu bewerkstelligen, nimmt man von der gegebenen Zahl, einen Theil, der mit den fehlenden Zahlen ohne Rest dividirt werden kann; setzt die übrigen Zahlen darunter oder darüber, und bemerkt auf der andern Seite eines senkrechten Striches die Quotienten der angenommenen Theile in einander. Diese letztern sind denn die eigentlichen Faktoren.

	a.	b.
Z. E. von 232 nehme ich erst	200	10
ferner	20	2
weiter	10	5
und endlich	2	2
	232	

Nun ist 20. der zehnte Theil von 200; folglich 10 der Eine Faktor.

Die Zahl 10 ist die Hälfte von 20; folglich 2 der Andere Faktor. Ferner ist 2 der Fünfte Theil von 10; folglich ist 5 der dritte Faktor. Und 2 der letzte Faktor in der Kolumne a, wird auch der letzte in der Kolumne b. Es ist also 200 + 20 + 10 + 2 = 232; und 10. 2. 5. 2. = 200.

Mit diesen Faktoren wird erst der Multiplikandus, nachher aber jedes herausgekommene Produkt mul-

tipli-

tiplicirt, und zuletzt werden die Summen addirt. Man darf aber die Faktoren nicht verwechseln, sondern muß mit dem letzten anfangen, und so nach der Reihe fortfahren. Das in VII. gegebene Beyspiel soll zur Erläuterung dienen:

24 Thlr.	17 Gr.	6 Pf.	mit 232.	
49	– 11	–	(2	
247	– 7	–	(5	
494	– 14	–	(2	
4945	– 20	–	(10	
5737 Thlr.	4 Gr.			

Hier ist: 2. 6 Pf. = 1 Gr.; 2. 17 Gr. = 34, den bereits gefundenen 1 Gr. dazu genommen = 35 Gr. = 1 Thlr. 11 Gr.; 2. 24 Thlr. + 1 Gr. = 49 Thlr.

Ferner: 5. 11 Gr. = 2 Thlr. 7 Gr.; 5. 49 Thlr. + 2 Thlr. = 247 Thlr.;

Desgleichen: 2. 7 Gr. = 14 Gr.; 2. 247 Thlr. = 494 Thlr.

Endlich 10. 14 Gr. = 5 Thlr. 20 Gr.; 10. 494 Thlr. + 5 Thlr. = 4945 Thlr.; und die Summe aller Produkte = 5737 Thlr. 4 Gr.

Diese Summe würde nicht herauskommen, wenn man mit 10 anfangen wollte.

IX. Einen ähnlichen Vortheil gewährt folgendes Verfahren.

Es sollen 34 Thlr. 17 Gr. 6 Pf. mit 232 multiplicirt werden.

Die Multiplikation der 24 Thlr. mit 232 hat keine Schwierigkeit; um aber das Produkt der 17 Gr. 6 Pf. durch 232 leicht zu finden; kann man annehmen, daß

17 Gr. 9 Pf. zusammen gesetzt sind aus Einem halben Thaler; aus dem Sechsten Theil; aus dem Vier und zwanzigsten, und aus dem Acht und vierzigsten Theil eines Thlrs. denn $\frac{1}{2}$ Thlr. = 12 Gr.; $\frac{1}{6}$ Thlr. = 4 Gr.; $\frac{1}{24}$ Thlr. = 1 Gr.; und $\frac{1}{48}$ Thlr = 6 Pf. folglich sind 12 Gr. + 4 Gr. + 1 Gr. + 6 Pf. = 17 Gr. 6 Pf.

Zu dem obigen, aus 24. 232 gefundenen, Produkte brauche ich daher nur die Quotienten von $\frac{232}{2}$; $\frac{232}{6}$; $\frac{232}{24}$, und $\frac{232}{48}$ zu addiren, um das verlangte Produkt zu erhalten.

Die Berechnung ist folgende: 232. 24 Thlr. 17 Gr. 6 Pf.

Es ist daher: 24. 232. = 5568 Thlr.

$\frac{232}{2}$	=	$\frac{232}{2}$	=	116 -	
$\frac{232}{6}$	=	$\frac{232}{2.3.}$	=	38 -	16 Gr.
$\frac{232}{24}$	=	$\frac{232}{2.3.4.}$	=	9 -	16 -
$\frac{232}{48}$	=	$\frac{232}{2.3.4.2.}$	=	4 -	20 -
			Summe =	5737 Thlr.	4 Gr.

Man sieht indessen, daß die Faktoren der Nenner der vorherstehenden Brüche, auch in den Nennern der folgenden Brüche enthalten sind; folglich ist auch jedes folgende Produkt, oder jeder folgende Quotient, ein, durch den neu hinzugekommenen Faktor des Nenners bestimmter, Theil des vorhergehenden; man braucht daher den, durch die Erste Division, mit dem gebrochenen Theil des Thalers in den Multiplikator, gefundenen Quotienten, nur mit dem folgenden, neuen, Faktor des Nenners zu dividiren, und mit dieser Division des jedesmaligen, neuen Faktors, in jeden vorhergehenden Quotienten, bis zu Ende fortzufahren.

Z. E. 24 Thlr. 17 Gr. 6 Pf. multiplicirt mit 232.

			24.	232.	
				5568 Thlr.	-
12 Gr.	= $\frac{1}{2}$ Thlr.	folgl.	$\frac{232}{2}$	= 116 -	-
4 Gr.	= $\frac{1}{2.3.}$ -	,	$\frac{116}{3}$	= 38 -	16 Gr.
1 Gr.	= $\frac{1}{2.3.4.}$	,	$\frac{38\,16}{4}$	= 9 -	16 -
6 Pf.	= $\frac{1}{2.3.4.2.}$	,	$\frac{9\,16}{2}$	= 4 -	20 -
				5737 Thlr.	4 Gr.

Zum beliebigen Gebrauch habe ich hier die Groschen Eines Thalers berechnet. Etwas Uebung mit diesen wird jeden in den Stand setzen, die Divisoren aller andern Münz- und Gewichts-Sorten leicht zu finden.

24 Gr. = 1 Thlr.

23 Gr. -

12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.
8 - = $\frac{1}{3}$ -
3 - = $\frac{1}{8}$ - = $\frac{1}{4}$ v. 12 gl.

22 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Tlr.
8 - = $\frac{1}{3}$ -
2 - = $\frac{1}{12}$ - = $\frac{1}{4}$ v. 8 gl.

21 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.
6 - = $\frac{1}{4}$ - = $\frac{1}{2}$. 12 gl.
3 - = $\frac{1}{2}$ v. 6 gl.

20 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.
8 - = $\frac{1}{3}$ -

19 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Tlr.
4 - = $\frac{1}{3}$ - v. 12 gl.
3 - = $\frac{1}{4}$ - , ,

18 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.
6 - = $\frac{1}{2}$ v. 12 gl.

17 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.
4 - = $\frac{1}{3}$ v. 12 gl.
1 - = $\frac{1}{4}$ v. 4 gl.

16 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.
4 - = $\frac{1}{3}$ v. 12 gl.

15 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.
3 - = $\frac{1}{4}$ v. 12 gl.

14 gl.

12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.
2 - = $\frac{1}{6}$ v. 12 gl.

13 gl.	12 gl.	11 gl.
8 - = $\frac{1}{3}$ Thlr.	12 - = $\frac{1}{2}$ Thlr.	8 - = $\frac{1}{3}$ Thlr.
4 - = $\frac{1}{2}$ v. 8 gl.		3 - = $\frac{1}{8}$ -
1 - = $\frac{1}{4}$ v. 4 gl.		

10 gl.	9 gl.	8 gl.
8 - = $\frac{1}{1}$ Thlr.	6 - = $\frac{1}{4}$ Thlr.	8 - = $\frac{1}{3}$ Thlr.
2 - = $\frac{1}{4}$ v. 8 gl.	3 - = $\frac{1}{2}$ v. 6 gl.	

7 gl.	6 gl.	5 gl.
6 - = $\frac{1}{4}$ Thlr.	6 - = $\frac{1}{4}$ Thlr.	4 - = $\frac{1}{6}$ Thlr.
1 - = $\frac{1}{6}$ v. 6 gl.		1 - = $\frac{1}{4}$ v. 4 gl.

4 gl.	3 gl.	2 gl.	1 gl.
4 - = $\frac{1}{6}$ Tlr.	3 - = $\frac{1}{8}$ Tlr.	2 - = $\frac{1}{3.4}$ Tlr.	1 - = $\frac{1}{2.3.4.}$

Wenn bey einem Bruche Thlr. steht, so muß die Hauptzahl damit multiplicirt, oder, welches einerley ist, mit dem Nenner desselben dividirt werden.

Von der Division.

§. 10.

Vermittelst der Division erfährt man, wie oft eine Zahl, welche der Divisor heißt, in einer andern, dem Dividendo, enthalten ist. Der herauskommende Quotient beantwortet die Frage.

Der Quotient ist also auch ein solcher Theil vom Dividendo, als der Divisor anzeigt: nämlich 12 mit 3 dividirt, giebt 4 zum Quotienten; daher ist 3 der Vierte, und 4 der dritte Theil, von 12.

Die Multiplikation und Division, mit einer und derselben Zahl, sind einander entgegen gesetzt: sie müssen also auch entgegengesetzte Wirkungen hervorbringen: denn die Multiplikation vermehrt eine Zahl, so oft als

es der Multiplikator verlangt; die Division hingegen verkleinert dieselbe, und nimmt nur einen solchen Theil davon, als durch den Divisor bestimmt wird.

I. Bey großen Rechnungen kann man sich die Arbeit erleichtern, wenn man den Divisor, nach und nach mit allen Zahlen von 2 bis 9 multiplicirt, und aus diesen Produkten hernach dasjenige wählt, welches dem zu bearbeitenden Theile des Dividendi am nächsten kommt.

II. Läßt sich der Dividendus und der Divisor in einzelne Faktoren zerfällen: so wird die Rechnung sehr abgekürzt, wenn man beyde in Form eines Bruches schreibt, wovon jenes der Zähler, dieses aber der Nenner ist, und so wohl oben als unten die gleichnamigen Zahlen ausstreicht.

Beyspiel: 9216 dividirt mit 288.

$9216 = 96^2 = 2^5 . 3 . 2^5 . 3$

$288 = 2^5 . 3^2$

Daher $\frac{z^5 . z . 2^5 . z}{z^5 . z^2} = 2^5 = 32$

III. Ausserdem aber dividirt man mit den Faktoren des Divisors, erst den Dividendus, hernach aber die Quotienten.

Beyspiel: mit 126 soll 16030476 dividirt werden.

$126 = 2 . 9 . 7$.

folglich: 16030476

7) 2290068

9) 254452

2) 127226.

Bleibt

Bleibt bey der Division, mit den Faktoren des Divisors, ein Rest: so wird derselbe der Zähler eines Bruches, dessen Nenner das Produkt des Divisors und aller folgenden Divisoren ist. Mehrere solcher Reste werden zuletzt addirt.

Beyspiel: dividirt

9386 mit 288 = 3.4.4.6.

3) 3128 Rest, 2 = $\frac{2}{3.4.4.6.}$ = $\frac{1}{3.4.4.3.}$

4) 782

4) 195 – Rest, 2 = $\frac{2}{4.6.}$ = $\frac{1}{4.3.}$

6) 32 – Rest, 3 = $\frac{3}{6}$ = $\frac{1}{2}$.

Der Quotient ist also, $32 + \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{144}$.

Unbenannte Zahlen auf solche Art zu dividiren, ist nicht rathsam; man kömmt bey der gewöhnlichen Methode weit leichter zum Zweck. Sind es aber benannte Zahlen, und bedeutet zum Beyspiel obige Zahl 9386 Pfennige, die man zu Thalern ꝛc. reduciren wollte: so ist dieses Verfahren, wegen der Groschen und Pfennige, vorzuziehen. Denn da sehe ich gleich, daß $\frac{1}{2}$ Thlr. = 12 Gr.; $\frac{1}{4.3}$ Thlr. = 2 Gr. und $\frac{1}{144}$ Thlr. = 2 Pf. sind.

Rechnung mit gebrochenen Zahlen.

§. 11.

Jedes Ding kann als eine Einheit betrachtet, und in willkührliche gleiche Theile getheilt werden. Dann wird das Ganze gebrochen, und wenn man unter eine Zahl, welche andeutet, wie viel man von dem Ganzen nehmen will, alle Theile des Ganzen schreibt, und beyde Zahlen, vermittelst eines Querstriches, von einander absondert: so entsteht ein Bruch, dessen oberste

Zahl,

Zahl, der Zähler, die unterste aber der Nenner genannt wird. Die Einheit, oder Eins, sey in Vier gleiche Theile zu theilen, und Drey Theile davon zu nehmen: so wird das ganze Verfahren durch den Ausdruck $\frac{3}{4}$ bezeichnet, und Dreyviertel ausgesprochen.

§. 12.

Der Nenner bedeutet allemal das Ganze des Bruches; und ist dieses nicht besonders genannt: so wird immer die Einheit darunter verstanden. In $\frac{3}{4}$ Eines Groschens, ist der Groschen; in $\frac{3}{4}$ von Sechs, ist die Zahl 6; und in Dreyviertel ($\frac{3}{4}$) von Fünf Sechstel ($\frac{5}{6}$) ist $\frac{5}{6}$ das Ganze. Denn obgleich $\frac{5}{3}$ im eigentlichen Verstande ein Bruch ist: so ist es doch hier, in Ansehung der $\frac{3}{4}$, ein Ganzes; desgleichen der Bruch $\frac{3}{4}$, ist Dreyviertel von Eins. Eins und eben dasselbe Ding kann also, je nachdem man es betrachtet, so wohl ein Ganzes, als auch ein Bruch seyn. Denn Ein Gulden ist ein Ganzes; $\frac{2}{3}$ Eines Thalers aber ein Bruch; und doch ist das Eine so viel als das Andere.

§. 13.

Wenn der Zähler eines Bruches kleiner ist als der Nenner: so heißt dieß ein ächter Bruch; ist derselbe aber eben so groß, oder größer so wird der Bruch ein unächter genannt. $\frac{2}{2}\frac{3}{4}$ gehört zu jener, $\frac{2}{2}\frac{4}{4}$ oder $\frac{2}{2}\frac{5}{4}$ aber zu dieser Klasse.

§. 14.

So oft der Nenner in dem Zähler eines Bruches enthalten ist: so oft ist auch die Einheit, oder das Ganze in demselben enthalten. Der Nenner bestimmt alle Theile des Ganzen, der Zähler sagt die davon genommene Anzahl derselben, daher der Bruch das Ganze so oft enthalten muß, als der Zähler in dem Nenner begriffen ist. Um dieß zu erfahren, darf man nur

den

den Zähler mit dem Nenner dividiren. $\frac{8}{4} = 2$; $\frac{16}{4} = 4$; $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. Im letztern Bruche $\frac{5}{3}$ ist die Einheit, Ein und Zwey drittelmal enthalten, und der Ausdruck $1\frac{2}{3}$ heißt eine gemischte Zahl.

§. 15.

Die Einheit sowol, als jede andere Zahl, kann durch jeden Bruch, welcher es auch sey, ausgedrückt werden, wenn nur der Zähler den Nenner so oft enthält, als die gegebene Zahl Einheiten hat. So ist $\frac{2}{2} = 1$; $\frac{3}{3} = 1$; $\frac{4}{4} = 1$; $\frac{8}{4} = 2$; $\frac{16}{2} = 8$ ꝛc. Oft erfordert es die Nothwendigkeit, zur Erleichterung der Rechnung, ganze Zahlen in Brüche zu verwandeln; in diesem Falle braucht man nur, den gegebenen Nenner mit der gegebenen Zahl zu multipliciren, so ist das Produkt der neue Zähler. Die Zahl 7 soll in Fünftheile verwandelt werden: so erhält man $\frac{7 \cdot 5}{5} = \frac{35}{5}$.

§. 16.

Ist eine gemischte, das heißt eine ganze, mit einem Bruche verbundene Zahl in einen Bruch zu verwandeln: so wultiplicirt man, mit dem Nenner des angehängten Bruches die ganze Zahl, und addirt dazu den Zähler des Bruches, so giebt das kommende einen neuen Zähler, zu dem alten Nenner. Z. E. $5\frac{3}{4} = \frac{4.5+3}{4} = \frac{23}{4}$; $6\frac{1}{2}$ $\frac{6.2+1}{2} = \frac{13}{2}$; $25\frac{1}{5} = \frac{5.25+1}{5} = \frac{126}{5}$.

§. 17.

Wenn bey unverändertem Nenner, der Zähler eines Bruches vergrößert wird: so wird auch der Bruch selbst größer, und wenn im Gegentheil, bey unverändertem Zähler, der Nenner des Bruches größer wird: so wird der Bruch selbst kleiner. Als $\frac{2}{3}$ ist zweymal so groß, als $\frac{1}{3}$; und $\frac{1}{6}$ ist davon die Hälfte.

Daraus folgt, daß wenn Zähler und Nenner mit einer und eben derselben Zahl multiplicirt oder dividirt werden, der Bruch derselbe bleibt. Um so viel der Bruch durch die Multiplication des Zählers vergrössert worden ist, um so viel wird er durch die Multiplication des Nenners wieder vermindert; und um so viel der Bruch durch die Division des Zählers vermindert wird, um so viel wird er durch die Division des Nenners wieder vermehrt. Wird zum Beyspiel, Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{2}{3}$ mit 2 multiplicirt: so erhält man $\frac{4}{6}$, ein Bruch, der dem ersten gleich ist; dividirt man im Gegentheil die Glieder dieses Bruches $\frac{4}{6}$ mit 2: so erhält man wieder $\frac{2}{3}$.

§. 18.

Man kann also einen Bruch auf einen andern Nenner bringen, ohne seinem Werth zu schaden, wenn man eine Zahl sucht, die mit dem Nenner multiplicirt, den gegebenen Nenner hervorbringt, und damit Zähler und Nenner multiplicirt. Es sollen $\frac{3}{4}$ zu Zwölftel gemacht werden: so ist 3 der Multiplikator und der Bruch $\frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. Denn $\frac{1}{4}$ Thlr. = 6 Gr.; folglich $\frac{3}{4}$ Thlr. = 3. 6 = 18 Gr.; und $\frac{1}{12}$ Thlr. = 2 Gr. folglich $\frac{9}{12}$ Thlr. = 2. 9 = 18 Gr.

Findet sich aber kein dergleichen Multiplikator: so kann auch mit dem Bruche, die verlangte Veränderung nicht vorgenommen werden. Z. E. $\frac{1}{6}$ ist schon nicht in Fünfzehntel zu verändern.

§. 19.

Der Werth eines Bruches vermindert sich also nicht, wenn dessen Glieder verhältnißmäßig, auch bis ins Unendliche vermehrt oder vermindert werden.

Denn

Denn $\frac{1}{2}$ multiplicirt mit 2 wird $\frac{2}{2}$.
$\frac{1}{2}$ " " 3 " $\frac{3}{2}$.
$\frac{1}{2}$ " " 4 " $\frac{4}{2}$.
$\frac{1}{2}$ " " 5 " $\frac{5}{2}$.

Da sich aber die vielziffrigen Brüche nicht gut behandeln lassen: so muß man wissen, sie auf ihre kleinste Benennung zu bringen, oder sie zu verkleinern.

Dies geschiehet durch die Division mit einer Zahl, welche den Zähler und Nenner des gegebenen Bruches ohne Rest theilt. Zur Auffindung eines solchen Divisors merke man folgende Regeln.

1) Eine Zahl, deren Endziffern eine gerade Zahl oder 0 ist, ist durch 2 theilbar. 36, 30 ꝛc.
2) Endiget sich die Zahl mit 5 oder 0, so ist sie durch 5 ohne Rest zu theilen. 75, 70. ꝛc.
3) Wenn die Summe der einzelnen Ziffern, einer zusammengesetzten Zahl, durch 3 theilbar ist: so kann die Zahl selbst durch 3 getheilt werden. Z. E. diese Zahl 3 theilet 471 ohne Rest, weil deren Ziffer-Summe $4 + 7 + 1 = 12$ auch durch 3 theilbar ist.
4) Haben Zähler und Nenner hinter Nullen: so streicht man deren, oben und unten, gleich viel weg, und verkleinert den Bruch nachher durch die eben gegebene Regeln. Z. B. $\frac{3500}{56000} = \frac{35}{560} = \frac{7}{112} = \frac{7}{16}$.

§. 20.

Leichter kommt man zum Ziele, wenn Zähler und Nenner, in ihre einfache Faktoren (§. 10. II.) zerfallen, und die gleichnamigen oben und unten weggestrichen werden. Z. E. $\frac{561}{759} = \frac{3.11.7}{3.11.23} = \frac{7}{23}$; $= \frac{455}{910} = \frac{5.7.13.}{2.5.7.13.} = \frac{1}{2}$.

§. 21.

Sind diese Hülfsmittel nicht anwendbar: so suche man zu den beyden Zahlen, des Zählers und Nenners, den größten gemeinschaftlichen Divisor oder ihr größtes gemeinschaftliches Maaß. Man dividire daher den Nenner mit dem Zähler, und ohne auf den Quotienten zu sehen, den Divisor mit dem Rest, und so lange, bis entweder 1 übrig bleibt, oder die Zahl aufgeht. Im erstern Falle kann der Bruch nicht verkleinert werden; im letztern Falle aber ist der letzte Divisor das größte gemeinschaftliche Maaß, welches den Bruch, wenn dessen Glieder damit dividirt werden, so gleich auf die kleinste Benennung bringt.

Beyspiel: $\frac{3486}{5455}$.

3486 : 5455 F 1
1969 : 3468 F 1
1517 : 1969 F 1.
452 : 1517 F 3.
1556
161 : 452 F 2.
322
130 : 161 F 1.
31 : 130 F 4.
124
6 : 31 F 5.
1.

Da hier 1 zum Rest bleibt: so ist der Bruch schon auf die kleinste Benennung gebracht; die Zahlen $\frac{3486}{5455}$ sind Primzahlen unter sich, und es läßt sich nichts weiter, zu deren Verkleinerung vornehmen.

Ferner: $\frac{1458}{1944}$. 1458 : 1944 F 1.
486 : 1458 F 3.
1456
0.

Das größte gemeinschaftliche Maaß beyder gegebenen Zahlen, ist also 486; werden solche damit dividirt: so erhält man für $\frac{1458}{1944} = \frac{3}{4}$.

§. 22.

Brüche von verschiedenen Nennern unter eine Benennung zu bringen, multipliciret man zuerst alle Nenner, hernach den Zähler eines jeden Bruches in die Nenner der übrigen Brüche: so giebt jenes Produkt den allgemeinen Nenner, und diese Produkte geben die Zähler der neuen Brüche.

Beyspiele: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$; hier ist 4. 6 = 24, der allgemeine Nenner. 3. 6 = 18 der Zähler des ersten, und 4. 5 = 20, der Zähler des zweyten Bruches. Folglich $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$; und $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$.

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$; hier ist 2. 4. 3 = 24. der allgemeine Nenner; 1. 4. 3 = 12, der Zähler des ersten; 2. 3. 3 = 18, der Zähler des zweyten, und 2. 4. 2 = 16. der Zähler des dritten Bruches, und die neuen Brüche sind $\frac{12+18+16}{24}$ oder $\frac{6}{12}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{8}{12}$.

§. 23.

Bey mehrern Brüchen, wo die Multiplication etwas beschwerlich wird, und es überhaupt darauf ankommt, den kleinsten General-Nenner gleich zu erhalten, suche man eine Zahl, mit welcher sich zwey und mehrere Nenner, ohne Rest, dividiren lassen, und fahre damit so lange fort, bis von den vorhandenen Zahlen keine Zwey mehr, ein gemeinschaftliches Maaß haben. Das Produkt aus den Divisoren, und den übrig gebliebenen Zahlen, ist dann der kleinste General-Nenner.

Beyspiel. $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{12}$.

Sämmtliche Nenner: 5. 7. 8. 12.

Dividirt mit 4. 5. 7. 2. 3.

Folglich 4. 5. 7. 2. 3 = 840 der kleinste General-Nenner.

Um

Um dazu die Zähler zu bekommen, dividirt man 840 mit den gegebenen Nennern, und multiplicirt den Quotienten mit den gegebenen Zählern.

Folglich: $\frac{840}{5} = 168$; $168 . 3 = 504$; $\frac{3}{5} = \frac{504}{840}$.
Ferner $\frac{840}{7} = 120$; $120 . 4 = 48$; $\frac{4}{7} = \frac{480}{840}$.
Desgleichen $\frac{840}{8} = 105$; $105 . 5 = 525$; $\frac{5}{8} = \frac{525}{840}$.
Endlich $\frac{840}{12} = 70$; $70 . 5 = 350$; $\frac{5}{12} = \frac{350}{840}$.

Daher $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{5}{12} = \frac{504}{840}, \frac{480}{840}, \frac{525}{840}, \frac{350}{840}$.

§. 24.

So unentbehrlich diese Reduktion der Brüche auf einerley Nenner bey der nun folgenden Addition und Subtraktion ist, eben so nothwendig wird sie bisweilen bey Vergleichung der Brüche. Denn ohne dieselbe würde man die Frage, welcher von den beyden Brüchen $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{7}$ der größte sey, auf den ersten Anblick nicht beantworten können; weiß man aber, daß $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$; und $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$; so ist klar, daß $\frac{3}{4}$ um einen acht und zwanzigsten Theil größer ist als $\frac{5}{7}$.

Die Addition der Brüche.

§. 25.

Brüche von verschiedenen Nennern, werden addirt, wenn man sie auf einerley Nenner (22, 23) bringt, und dann die Zähler derselben addirt. Es versteht sich also von selbst, daß wenn die gegebenen Brüche alle einerley Nenner haben, deren Zähler nur zusammengezählt werden dürfen.

Bey gemischten Zahlen addirt man erst die Brüche, hernach die Ganzen, und wenn es unächte Brüche sind: so muß man sie nach §. 14. erst in eine gemischte Zahl verwandeln; und

Wenn

Wenn ein Bruch zu einer ganzen Zahl addirt werden soll: so braucht man diese nur als einen Bruch zu betrachten, dessen Nenner Eins ist.

Beispiele:

1) $\frac{3}{24} + \frac{5}{24} = \frac{8}{24}$; denn 3 gl. + 5 gl. = 8 gl.

2) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$; denn $\frac{1}{3}$ thlr. + $\frac{1}{4}$ thlr. = $\frac{4}{12}$ thlr. + $\frac{3}{12}$ thlr. = $\frac{7}{12}$ thlr. = 8 + 6 = 14 gl.

3) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} = \frac{16}{40} + \frac{15}{40} = \frac{31}{40}$; der 40ste Theil eines Centners ist = $2\frac{3}{4}$ ℔. Ferner $\frac{2}{5}$ Cntr. oder welches einerley ist, $\frac{16}{40}$ Cntr. = 16. $2\frac{3}{4}$ = 44 ℔; und $\frac{3}{8}$ Cntr. = $\frac{15}{40}$ ℔ = 15. $2\frac{3}{4}$ ℔ = $41\frac{1}{4}$ ℔. Daher $44 + 41\frac{1}{4} = \frac{85\frac{1}{4}}{110} = \frac{341}{1104} = \frac{31}{40}$.

4) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$; denn $\frac{1}{15}$ Cntr. = $7\frac{1}{3}$ ℔; folglich 10. $7\frac{1}{3}$ + 12. $7\frac{1}{3}$ = $73\frac{1}{3}$ + 88 = $161\frac{1}{3}$ ℔ = 1 Cntr. und $51\frac{1}{3}$ ℔ = $1\frac{7}{15}$ Cntr.

5) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{18+20}{24} = \frac{38}{24} = 1\frac{7}{12}$.

6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{6} = \frac{360+240+180+144+120}{720} = \frac{1044}{720} = 1\frac{2}{20}$.

7) $7\frac{1}{3} + 8\frac{1}{4} = 15\frac{7}{12}$. Denn $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$; und 8 + 7 = 15. (2.)

8) $5\frac{2}{3} + 7\frac{4}{5} = 13\frac{7}{15}$. Denn $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = 1\frac{7}{15}$ und 5 + 7 = 12; daher 5 + 7 + $1\frac{7}{15}$ = $13\frac{7}{15}$.

9) $8\frac{1}{2} + 9\frac{1}{3} + 10\frac{1}{4} + 11\frac{1}{5} + 12\frac{1}{6} = 51\frac{2}{20}$. Denn die Brüche geben (oben nach 6) $1\frac{2}{20}$; und die ganzen Zahlen machen 50; daher $50 + 1\frac{2}{20} = 51\frac{2}{20}$.

10) Und $2 + \frac{3}{4} = \frac{2}{1} + \frac{3}{4} + \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$.

Auf

Um dazu die Zähler zu bekommen, dividirt man 840 mit den gegebenen Nennern, und multiplicirt den Quotienten mit den gegebenen Zählern.

Folglich: $\frac{840}{5} = 168$; $168. 3 = 504$; $\frac{3}{5} = \frac{504}{840}$.
Ferner $\frac{840}{7} = 120$; $120. 4 = 48$; $\frac{4}{7} = \frac{480}{840}$.
Desgleichen $\frac{840}{8} = 105$; $105. 5 = 525$; $\frac{5}{8} = \frac{525}{840}$.
Endlich $\frac{840}{12} = 70$; $70. 5 = 350$; $\frac{5}{12} = \frac{350}{840}$.

Daher $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{5}{12} = \frac{504, 480, 525, 350}{840}$.

§. 24.

So unentbehrlich diese Reduktion der Brüche auf einerley Nenner bey der nun folgenden Addition und Subtraktion ist, eben so nothwendig wird sie bisweilen bey Vergleichung der Brüche. Denn ohne dieselbe würde man die Frage, welcher von den beyden Brüchen $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{7}$ der größte sey, auf den ersten Anblick nicht beantworten können; weiß man aber, daß $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$; und $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$; so ist klar, daß $\frac{3}{4}$ um einen acht und zwanzigsten Theil größer ist als $\frac{5}{7}$.

Die Addition der Brüche.

§. 25.

Brüche von verschiedenen Nennern, werden addirt, wenn man sie auf einerley Nenner (22, 23) bringt, und dann die Zähler derselben addirt. Es versteht sich also von selbst, daß wenn die gegebenen Brüche alle einerley Nenner haben, deren Zähler nur zusammengezählt werden dürfen.

Bey gemischten Zahlen addirt man erst die Brüche, hernach die Ganzen, und wenn es unächte Brüche sind: so muß man sie nach §. 14. erst in eine gemischte Zahl verwandeln; und

Wenn

Wenn ein Bruch zu einer ganzen Zahl addirt werden soll: so braucht man diese nur als einen Bruch zu betrachten, dessen Nenner Eins ist.

Beispiele:

1) $\frac{3}{24} + \frac{5}{24} = \frac{8}{24}$; denn 3 gl. + 5 gl. = 8 gl.

2) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$; denn $\frac{1}{3}$ thlr. + $\frac{1}{4}$ thlr. = $\frac{4}{12}$ thlr. + $\frac{3}{12}$ thlr. = $\frac{7}{12}$ thlr. = 8 + 6 = 14 gl.

3) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} = \frac{16}{40} + \frac{15}{40} = \frac{31}{40}$; der 40ste Theil eines Centners ist = $2\frac{3}{4}$ ℔. Ferner $\frac{2}{5}$ Cntr. oder welches einerley ist, $\frac{16}{40}$ Cntr. = 16. $2\frac{3}{4}$ = 44 ℔; und $\frac{3}{8}$ Cntr. = $\frac{15}{40}$ ℔ = 15. $2\frac{3}{4}$ ℔ = $41\frac{1}{4}$ ℔. Daher $44 + 41\frac{1}{4} = \frac{85\frac{1}{4}}{110} = \frac{341}{1104} = \frac{31}{40}$.

4) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$; denn $\frac{1}{15}$ Cntr. = $7\frac{1}{3}$ ℔; folglich 10. $7\frac{1}{3}$ + 12. $7\frac{1}{3}$ = $73\frac{1}{3}$ + 88 = $161\frac{1}{3}$ ℔ = 1 Cntr. und $51\frac{1}{3}$ ℔ = $1\frac{7}{15}$ Cntr.

5) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{18+20}{24} = \frac{38}{24} = 1\frac{7}{12}$.

6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{6} = \frac{360+240+180+144+120}{720} = \frac{1044}{720} = 1\frac{2}{20}$.

7) $7\frac{1}{3} + 8\frac{1}{4} = 15\frac{7}{12}$. Denn $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$; und 8 + 7 = 15. (2.)

8) $5\frac{2}{3} + 7\frac{4}{5} = 13\frac{7}{15}$. Denn $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = 1\frac{7}{15}$ und 5 + 7 = 12; daher $5 + 7 + 1\frac{7}{15} = 13\frac{7}{15}$.

9) $8\frac{1}{2} + 9\frac{1}{3} + 10\frac{1}{4} + 11\frac{1}{5} + 12\frac{1}{6} = 51\frac{2}{20}$. Denn die Brüche geben (oben nach 6) $1\frac{2}{20}$; und die ganzen Zahlen machen 50; daher $50 + 1\frac{2}{20} = 51\frac{2}{20}$.

10) Und $2 + \frac{3}{4} = \frac{2}{1} + \frac{3}{4} + \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$.

Auf

Auf diese letztere Art kann die Einheit zu jedem Bruche addirt, solche aber auch in jeden beliebigen Bruch verwandelt werden, wenn man (nach §. 15.) Zähler und Nenner gleich macht. Soll nun zu 1 der Bruch $\frac{2}{3}$ addirt werden: so machet $1 = \frac{3}{3}$; denn ist $\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$; Ferner: $1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$; denn $1 = \frac{5}{5}$; und $\frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$. Der Nutzen dieses Verfahrens zeigt sich bey der Subtraktion gebrochener Zahlen.

Wenn von zwey gegebenen Brüchen, die addirt werden sollen, der Nenner des Einen als Divisor betrachtet, den Nenner des Andern ohne Rest dividirt: so kann man auch mit dem Quotienten den Zähler des kleinen Bruches multipliciren, dazu den Zähler des großen Burches addiren, und den Nenner dieses letztern beybehalten. $\frac{2}{5} + \frac{1}{60} = \frac{25}{60}$ denn $\frac{60}{5} = 12$; $12. 2 = 24$; $24 + 1 = \frac{25}{60}$.

Die Subtraktion der Brüche.

§. 26.

Die Subtraktion der gebrochenen Zahlen wird ebenfalls, wie bey der Addition, durch die Zähler verrichtet. Man bringet daher die gegebenen Brüche erst unter einerley Benennung (§. 22. 23.) und ziehet den kleinen Zähler von dem größern ab.

Bey gemischten Zahlen wird erst der Bruch der kleinen Zahl, von dem Bruch der größern Zahl, alsdann aber die kleine Zahl selbst von der größern Zahl abgezogen; und wenn, wie es sich oft zuträgt, die größere Zahl den kleinsten Bruch hat: so wird eine Eins, von der größern Zahl, geborgt (§. 25, 10.) und ihrem Bruche beygefügt.

Beyspiele:

1) $\frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$.

2) $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{20}{24} - \frac{18}{24} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$.

3) $8\frac{1}{2} - 7\frac{1}{3} = 8\frac{3}{6} = 7\frac{2}{6} = 1\frac{1}{6}$.

4) $8\frac{1}{4} - 7\frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Da die größere Zahl 8 den kleinsten Bruch hatte: so ist bey derselben eine Eins ($\frac{4}{4}$) geborgt, und ihrem Bruche ($\frac{1}{4}$) zugesetzt worden; daher nur $7\frac{5}{4} - 7\frac{3}{4}$ hat subtrahirt werden dürfen.

5) $8\frac{1}{2} - 7\frac{2}{3} = 8\frac{3}{6} - 7\frac{4}{6} = 7\frac{9}{6} - 7\frac{4}{6} = \frac{5}{6}$.

6) $8 - 7\frac{3}{5} = 7\frac{5}{5} - 7\frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

Die Multiplikation der Brüche.

§. 27.

Mit einer ganzen Zahl multipliciren, heißt, den Multiplicandus so oft nehmen, als jene ganze Zahl Einheiten hat; also mit einer gemischten Zahl multipliciren, heißt, nicht allein den Multiplicandus so oft, als die ganze Zahl Einheiten hat, sondern überdem noch einen Theil, oder mehrere Theile des Multiplikandus nehmen, als der Bruch ausdrückt. Denn 10 multiplicirt mit $2\frac{1}{2}$, geben 25; weil nun $2\frac{1}{2}$ die Mittelzahl zwischen 2 und 3 ist: so muß auch das Produkt, die Mittelzahl zwischen 20 und 30, das heißt, 25, seyn. Eben so ist $10.\ 1\frac{1}{2} = 15$. Mit einem Bruch multipliciren, ist also nichts anders, als den Multiplikandus so oft nehmen, als der Bruch verlangt.

Es ist zwar unmöglich, die Hälfte einer Zahl, anders als durch die Division zu erhalten; wenn man inzwischen dieselbe Wirkung durch die Multiplikation mit $\frac{1}{2}$ hervorbringt; so beweiset dies noch nicht, daß

bey-

beyde genannte Operationen, eine und eben dieselbe sind; es erhellet aber daraus, daß, in gewissen Fällen, die Eine statt der Andern, ob sie gleich einander entgegen gesetzt sind, gebraucht werden können.

Ein Bruch kann mit einer ganzen Zahl oder umgekehrt, eine ganze Zahl mit einem Bruche, auf zweyerley Arten multiplicirt werden, wenn man entweder den Zähler des Bruches mit der ganzen Zahl multiplicirt, oder damit, wenn es angeht, dessen Nenner dividirt. Denn wenn $\frac{5}{6}$ mit 2 multiplicirt werden soll: so ist es einerley, ob ich den Zähler verdoppele, oder den Nenner halbire. Im erstern Falle erhalte ich $\frac{10}{6}$ und im zweyten Falle $\frac{5}{3}$. Beydes ist gleich viel; weil (§. 17.) ein Bruch vermehrt wird, man mag dessen Zähler vermehren oder dessen Nenner gleichmäßig vermindern.

§. 28.

Sind aber Brüche mit Brüchen zu multipliciren: so multiplicirt man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner. Z. E. $\frac{4}{5}$. $\frac{2}{3}$. Man will hier $\frac{2}{3}$ mit $\frac{4}{5}$ vermehren oder wissen, wie viel $\frac{2}{3}$ von $\frac{4}{5}$, oder $\frac{4}{5}$ von $\frac{2}{3}$ ist, und die Antwort wird seyn: $\frac{8}{15}$. Der Grund davon ist nach §. 17. klar: denn $\frac{1}{3}$ von $\frac{4}{5}$, ist $\frac{4}{15}$, weil ein Bruch dreymal kleiner wird, wenn ich dessen Nenner mit 3 multiplicire; und wenn $\frac{1}{3}$. $\frac{4}{5} = \frac{4}{15}$: so ist $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$ zweymal so viel, nämlich $\frac{8}{15}$; daher das Produkt aus $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$ entsteht, wenn ich Zähler und Nenner von $\frac{2}{3}$ mit dem Zähler und Nenner von $\frac{4}{5}$ multiplicire.

§. 29.

Ist der eine Bruch eine gemischte Zahl, oder sind beyde Brüche gemischte Zahlen: so muß man sie in unächte Brüche (§. 16) verwandeln, und dann gehörig multipliciren.

Bey-

Beyspiele:

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$. Denn $\frac{2}{3}$ thlr. sind 16 gl.; $\frac{1}{8}$ von 16 gl. oder der achte Theil von 16 gl. ist 2 gl. folglich sind $\frac{7}{8}$mal 16 gl. oder der achte Theil, siebenmal genommen, gleich 14 gl. $= \frac{7}{12}$ thlr. Umgekehrt sind $\frac{7}{8}$ thlr. = 21 gl. davon ist der dritte Theil 7 gl. daher $\frac{2}{3}$mal 21 gl. = 2. 7 = 14 gl. Es ist also wie bey den ganzen Zahlen, gleich viel, welchen von den gegebenen Brüchen, man als Multiplikator betrachtet.

2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} = \frac{90}{180}$. Denn 2. 5. 9 = 90; und 3. 6. 10 = 180; denn $\frac{2}{3}$ thlr. sind 16 gl. davon ist der 6te Theil 2 gl. 8 pf. und fünfmal 2 gl. 8 pf. = 13 gl. 4 pf. Hiervon ist der 10te Theil 1 gl. 4 pf. und dieser 10te Theil 9mal $(\frac{9}{10})$ genommen, macht = 12 gl. oder $\frac{90}{180} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ thlr.

3) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$. Denn $\frac{3}{4}$ Species ist 1 thlr., davon der 4te Theil 6 gl.; dieser 4te Theil dreymal = 18 gl., davon ist wieder der 4te Theil 4 gl. 6 pf. und diesen wieder dreymal genommen, macht 13 gl. 6 pf. = $\frac{27}{64}$ thlr. – Ein Species Thaler enthält 1 thlr. 8 gl. = 32 gl. = 64 Sechs Pfennig Stücken, und 27 Sechser sind so viel als 13 gl. 6 pf.

4) $6\frac{3}{4} \cdot 7 = 47\frac{1}{4}$. Denn $6\frac{3}{4}$ zu einem unächten Bruch (§. 16.) gemacht, giebt $\frac{27}{4}$, und diesen mit 7 oder mit $\frac{7}{1}$ multiplicirt, giebt $\frac{189}{4} = 47\frac{1}{4}$. Oder, man kann auch so rechnen: $\frac{3}{4} \cdot 7 = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$; ferner 6. 7 = 42; hierzu $5\frac{1}{4} = 47\frac{1}{4}$.

5) $3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{3} = \frac{15}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{120}{12} = 10$. Denn $3\frac{3}{4}$ thlr. = 3 thlr. 18 gl.; davon ist der 3te Theil 1 thlr. 6 gl. und diesen acht mal genommen, macht 10 thlr.

6) $96\frac{1}{2} \cdot 24\frac{7}{3} = \frac{193}{2} \cdot \frac{73}{3} = \frac{14089}{6} = 2348\frac{1}{6}$.

7) $36\frac{1}{4} \cdot 36\frac{1}{4} = \frac{145}{4} \cdot \frac{145}{4} = \frac{21025}{16} = 1314\frac{1}{6}$.

Die Division der Brüche.

§. 30.

Durch die Division erfährt man, wie oft der Divisor in dem Dividendus steckt; der Quotient, welcher dies anzeigt, ist also entweder eine ganze, oder eine gemischte Zahl oder ein Bruch. Bey der Division mit gebrochenen Zahlen, hat der Quotient keinen Rest, er giebt das Verlangte stäts genau an.

In $\frac{18}{6}$ ist der Quotient 3, weil 6 in 18 dreymal steckt; aber $\frac{21}{6} = 3\frac{1}{2}$, weil 6 nur drey und ein halbmal in 21 enthalten ist, und 3 mit 6 dividirt, oder $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, weil der weit größere Divisor 6, nur Ein halbmal in dem weit kleinern Dividendo 3 enthalten ist.

Man kann einen Bruch mit einer ganzen Zahl dividiren, wenn man entweder den Zähler damit wirklich dividirt, oder wenn dieses nicht, ohne einen Rest, zu erhalten, angeht, dessen Nenner multiplicirt. Z. E. $\frac{6}{7}$ mit 2 dividirt, giebt entweder $\frac{3}{7}$ oder $\frac{6}{14}$. Eins ist so viel als das Andere.

§. 31.

Ist der Divisor ein Bruch: so multiplicirt man mit dessen Zähler den Nenuer und mit seinem Nenner den Zähler des Andern Bruches, oder des Dividendus. Z. E. Wenn ich $\frac{4}{7}$ dividire mit $\frac{2}{3}$, so erhalte ich denselben Quotienten, wenn ich $\frac{4}{5}$ mit $\frac{3}{2}$ multiplicire, d. i. den Divisor umkehre, und seinen Zähler zum Nenner mache, nämlich $\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10} = 1\frac{1}{5}$.

§. 32.

Ist entweder der Divisor, oder der Dividendus eine gemischte Zahl, oder sind es beyde: so verwandelt man sie in unächte Brüche (§. 16.) kehrt den Divisor um, und multiplicirt wie in (31.)

§. 33.

Ist das Eine eine ganze Zahl, oder sind beydes ganze Zahlen: so betrachtet man sie als Brüche, deren Nenner 1. ist und verfährt wie (31.).

Anmerkung. Man muß den Divisor genau von dem Dividendus unterscheiden, und es darf daher nur der Erstere umgekehrt werden; weil man sonst einen andern Quotienten erhalten würde. Z. B. $\frac{5}{6}$ mit $\frac{3}{4}$ dividirt, ist so viel als $\frac{5}{6}$ mit $\frac{4}{3}$ multiplicirt, nämlich $\frac{20}{18}$; nicht aber $\frac{6}{5}$ mit $\frac{3}{4}$, welches $\frac{18}{20}$ zum Quotienten giebt.

§. 34.

Jeder Bruch kann als der Quotient des, mit dem Nenner dividirten, Zählers betrachtet werden, derselbe bestehe nun, aus ganzen, gebrochenen, oder gemischten Zahlen. Im letzern Falle sind die gemischten Zahlen in Brüche zu verwandeln und die ganzen Zahlen als Brüche zu betrachten, deren Nenner 1 ist.

Es sey der Bruch $\frac{4}{\frac{2}{3}}$: so ist dieser Bruch, den man einen Doppel-Bruch nennt, dem Quotienten gleich, der heraus kommt, wenn man den Zähler $\frac{4}{5}$ mit dem Nenner $\frac{2}{3}$ dividirt. Um sich davon zu überzeugen, darf man nur den Zähler $\frac{4}{5}$, und den Nenner $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{2}$, (das ist, mit dem Nenner 3, des Bruches $\frac{2}{3}$, dividirt mit dessen Zähler 2,) multipliciren: so erhält man $\frac{12}{\frac{1}{1}0}$ oder $\frac{12}{10}$. Nun ist der Quotient, aus dem Bruche $\frac{4}{5}$ mit $\frac{2}{3}$ dividirt, ebenfalls $\frac{12}{10}$.

Beyspiele:

1) $\frac{5}{6}$ dividirt mit $\frac{3}{4}$; oder welches einerley ist, multiplicirt mit $\frac{4}{3} = \frac{20}{18} = 1\frac{1}{9}$. $\frac{3}{4}$ sind also in $\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{9}$mal enthalten. Es wären $\frac{5}{6}$ thlr. = 20 gl.: so sind $\frac{3}{4}$ thlr. = 18 gl. Von 18 gl. ist der 9te Theil 2 gl.; folglich sind 20 gl. = 18 gl. + 2 gl.; und 18 gl. oder $\frac{3}{4}$ thlr. sind in 20 gl. oder $\frac{5}{6}$ thlr. $1\frac{1}{9}$, mal enthalten. Multiplicirt man $1\frac{1}{9}$ oder $\frac{10}{9}$ mit $\frac{3}{4}$: so erhält man wieder $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$.

2) $\frac{9}{10} : \frac{1}{3}$; oder $\frac{9}{10}, \frac{3}{1} = \frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}$.

3) 10 dividirt mit $2\frac{2}{3}$; d. i. $\frac{10}{1} : \frac{8}{3}$, oder $\frac{10}{1}\ \frac{3}{8} = \frac{30}{8} = 3\frac{3}{4}$.

4) $2\frac{2}{3}$ dividirt mit 10, d. i. $\frac{8}{3}$ dividirt mit $\frac{10}{1}$; oder $\frac{10}{1}$ multiplicirt mit $\frac{8}{3}$ giebt $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$.

5) $1\frac{1}{6}$ in $16\frac{1}{3}$; d. i. $\frac{7}{6}$ in $\frac{49}{3}$ oder $\frac{6}{7}$. $\frac{49}{3} = \frac{294}{21}$ $= 14$.

§. 35.

Bey der Multiplication und Division der Brüche, geschieht es oft, daß, obgleich die Originalbrüche auf ihre kleinste Benennungen gebracht worden sind, die Produkte oder Quotienten doch erst noch einmal reducirt werden müssen, denn z. E. $\frac{5}{6}$ und $\frac{9}{10}$ sind zwar auf ihre kleinsten Benennungen gebracht; werden sie aber multiplicirt: so kann ihr Produkt $\frac{45}{60}$ erst noch auf $\frac{3}{4}$ reducirt werden. Eben so sind die Brüche $\frac{9}{10}$ und $\frac{1}{15}$ auf die kleinste Benennung gebracht; wird aber der erstere mit dem letztern dividirt: so kann der Quotient $\frac{144}{150}$ noch auf $\frac{24}{25}$ reducirt werden.

Um dies zu vermeiden, und das Produkt oder den Quotienten gleich mit der kleinsten Benennung zu erhalten, verwechsele man entweder die Zähler oder die Nenner der beyden Orginalbrüche, und versuche

dann

dann nochmals das Aufheben: so werden nach der Multiplication oder Division, die Produkte oder die Quotienten, in den möglichst kleinsten Ausdrücken zum Vorschein kommen.

Denn das Produkt von $\frac{5}{6}$. $\frac{9}{10}$ ist dasselbe, als durch $\frac{9}{6}$. $\frac{5}{10} = \frac{45}{60}$. Hebt man nun die Originalbrüche, nach Verwechselung der Zähler oder Nenner nochmals auf: so erhält man $\frac{3}{2}$. $\frac{1}{2}$, deren Produkt $\frac{3}{4}$ den möglichst kleinsten Ausdruck hat.

Eben so geht es auch bey der Division. Der Quotient von $\frac{15}{16}$ in $\frac{9}{10}$ ist eben derselbe, wenn ich $\frac{16}{15}$ mit $\frac{9}{10}$ multiplicire. Dasselbe Produkt wird aber auch durch $\frac{9}{15}$. $\frac{16}{10}$ erhalten; diese letztern Brüche können indessen noch verkleinert und auf $\frac{3}{5}$ und $\frac{8}{5}$ gebracht werden, deren Produkt $\frac{24}{25}$ die möglichst kleinste Benennung ist.

§. 36.

Der besondere Werth eines Bruches kann auf zweyerley Art gesucht werden; Einmal, daß man ihn in Zahlen höherer Ordnung, und zweytens, daß man ihn in Zahlen einer niederern Ordnung bestimmen will.

Soll der Werth eines Bruches in einer höhern Ordnung bestimmt, sollen z. B. $\frac{7}{12}$ Groschen in Theile Eines Thalers verwandelt werden: so muß man den Nenner des Bruches mit so viel Einheiten multipliciren, als das Ganze des Bruches, in der gegebenen Zahl, der höhern Ordnung enthalten ist. Nun machen 24 Groschen Einen Thaler, folglich muß der Nenner 12 mit 24 multiplicit werden; aus $\frac{7}{12}$ wird denn $\frac{7}{12.24} = \frac{7}{288}$ thlr. Eben so ist $\frac{1}{3}$ thlr. der fünfzehnte Theil Eines louisd'ors, oder $\frac{1}{3.5}$ louisd'or. 2c.

Im

Im zweyten Falle wird der Zähler des Bruches mit so viel Einheiten multiplicirt, als das Ganze des Bruches, in der gegebenen Zahl der niedern Ordnung, enthalten ist. Z. E. $\frac{7}{288}$ thlr. sollen zu Groschen gemacht werden. Ein Thaler hat 24 gr. folglich ist hier $\frac{7}{12.24}$ thlr. $= \frac{7.24}{12.24}$ gr. $= \frac{7}{12}$ gr. Wird dieser Bruch weiter zu Pfennigen gemacht, oder der Zähler derselben mit 12, als so viel auf Einen Groschen gehen, multiplicirt: so ist $\frac{7.12}{12} = 7$ pf. Ferner $\frac{1}{15}$ von 5 thlr. ist $\frac{1.5}{5.3} = \frac{1}{3}$ von 1 thlr. oder $\frac{1.24}{3} = 8$ gr.

Die Proportions-Rechnung mit gebrochenen Zahlen. *)

§. 37.

Da die Proportions-Rechnung mit gebrochenen Zahlen mit der Rechnung in ganzen Zahlen, völlig übereinstimmt: so werden zu deren Erklärung folgende Beyspiele hinreichend seyn.

1) Zu $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$: soll die vierte Proportionalzahl gefunden werden. Multipliciret $\frac{1}{5} . \frac{1}{6}$; das Produkt $\frac{1}{30}$ dividiret mit $\frac{1}{4}$, oder multipliciret mit $\frac{4}{1}$, so ist $\frac{4}{30}$ oder $\frac{2}{15}$, die gesuchte Zahl.

2) $2\frac{2}{3} : 3\frac{3}{4} = 4\frac{4}{5} : x$. Hier ist $\frac{3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{4}{5}}{2\frac{2}{3}} = \frac{15.24.3}{4.5.8}$.

$= \frac{3.3.3}{4}$. (§. 14) $= 6\frac{3}{4}$.

3) Eine halbe Ruthe kostet $2\frac{7}{8}$ thlr., was kostet $\frac{1}{4}$ Elle? Eine Ruthe hat 6 Ellen, folglich ist 1 Elle $\frac{1}{6}$ Ruthe, daher $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{6} = \frac{1}{24}$ Ruthe. Fraget daher:

$\frac{1}{2} : 2\frac{7}{8} = \frac{1}{24} : x$; so erhaltet ihr $\frac{2\frac{7}{8} \cdot \frac{1}{24}}{\frac{1}{2}} = \frac{23}{8}$.

$\frac{1}{24}$

*) Dieses, und der folgende 38 §. werden deutlicher, wenn man bis zum 81ten §. wird gekommen seyn.

$\frac{1}{24} = \frac{3\frac{2}{8}}{\frac{1}{2}\frac{4}{}} = \frac{2.23}{8.24} = \frac{23}{8.12}$ thlr. (§. 34.) oder $\frac{23.24}{8.12.} = \frac{23}{4}$ gr. = 5 gr. 9 pf.

Die Verhältnisse der Brüche in ganzen Zahlen anzugeben.

§. 38.

Von den beyden Brüchen $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$, soll das Verhältniß in ganzen Zahlen angegeben werden. Man bringt sie zuerst auf einerley Benennung, nämlich auf $\frac{10}{15}$ und $\frac{12}{15}$; so ist $\frac{2}{3}$ zu $\frac{4}{5}$ wie $\frac{10}{15}$ zu $\frac{12}{15}$. Es ist aber $\frac{10}{15}$ zu $\frac{12}{15}$, (§. 79) wie 10 zu 12 oder wie 5 zu 6; also ist auch $\frac{2}{3}$ zu $\frac{4}{5}$ wie 5 zu 6.

In practischen Ausrechnungen ist das Finden eines gemeinschaftlichen Nenners nicht nothwendig, und man braucht daher nur den Zähler des ersten Bruches, in der Proportion, mit den Nenner des zweyten Bruches, und dem Zähler des zweyten Bruches, mit dem Nenner des ersten Bruches zu multipliciren: so werden die Produkte, das Verhältniß der Brüche in ganzen Zahlen angeben.

Von den zehntheiligen Brüchen.

§. 39.

Ein Zehntheiliger, oder Decimal-Bruch hat allemal zum Nenner eine 1. und soviel Nullen als Ziffern im Zähler enthalten sind; folglich 10, 100, 1000 ꝛc. Dieser Nenner wird jedoch nicht ausgedrückt, sondern gewöhnlich nur dazu gedacht. In ganzen Zahlen nehmen alle Ziffern, je nachdem sie sich, nach der linken Hand, von der Einheit entfernen, immer um 10 zu; folglich müssen sie auch, je nachdem sie sich der Einheit nähern, immer um 10, und die Ziffern

welche sich rechter Hand der Einheit befinden, stäts um $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ ꝛc. abnehmen. Die, rechter Hand der Einheit befindlichen, Zahlen sind also Decimal-Theile, welche von den ganzen Zahlen, mit einem Punkt oder Komma, abgesondert werden. Die Zahl, 234, 5678 wird daher gelesen: 234 Ganze, und 5 Zehntheile, 6 Hunderttheile, 7 Tausendtheile und 8 Zehntausendtheile. Der Hauptnenner ist 10000, weil die Ziffer 8 die Stelle der Zehntausendtheile einnimmt, und der erwähnte Bruch kann als $\frac{5}{10} = \frac{5000}{10000}$; $\frac{6}{100} = \frac{600}{10000}$; $\frac{7}{1000} = \frac{70}{10000}$; $\frac{8}{10000}$; folglich $\frac{5000}{10000} + \frac{600}{10000} + \frac{70}{10000} + \frac{8}{10000} = \frac{5678}{10000}$, betrachtet werden.

Bey den Decimal-Theilen bedienet man sich der Nullen, wie bey den ganzen Zahlen, nur in verkehrter Ordnung. So heißt die Zahl .067: Kein Zehntheil, 6 Hunderttheile, und 7 Tausendtheile, oder 67 Tausendtheile. Die Nullen, rechter Hand einer Decimal Zahl, wenn nicht noch eine gültige Ziffer folgt, haben eben so wenig Werth, als die Nullen linker Hand der ganzen Zahlen, (§ 19, 4.) inzwischen macht man, um der Ordnung willen, oder wenn man die Ziffern, eines solchen Decimal-Bruches, zu vermehren genöthiget ist, oft einige derselben, rechter Hand der Decimal-Zahl.

Nichts ist also leichter als eine Zahl mit 10, 100, 1000 ꝛc. zu multipliciren, oder zu dividiren; man darf nämlich nur das Trennungszeichen entweder rechts oder links fortrücken. Z. B. die Zahl 345,6789 mit 10 multiplicirt, wird

3456,789.

multiplicirt mit 100 34567, 89.

Die Zahl 345,6789 dividirt mit 10. giebt 34,56789; diese wieder mit 10 oder die Erstern mit 100 dividirt giebt 3,456789. Wollte man die Zahl 345 mit

10000

10000 dividiren: so erhielte man .0345, denn mit 10000 dividiren ist eben das, als wen ich denn Trennungspunkt um vier Stellen links rücke, wenn sich nämlich ein solches Trennungszeichen, in der gegebenen Zahl befindet. Ist dies aber nicht, wie in dem gegenwärtigen Falle: so muß man die fehlenden Stellen durch Nullen ersetzen und den Trennungspunkt davor bemerken.

Die Addition und Subtraction der Decimalbrüche.

§. 40.

Diese geschieht wie mit ganzen Zahlen. Man setzt die Zähler der Brüche ihrer Ordnung nach, unter einander und addirt oder subtrahirt, wie gewöhnlich.

.567	von	.89	d. i. .890
.89 addirt	subtrahirt	.567	– .567
1.457.			.323.

Die Multiplikation der Decimalen.

§. 41.

Geschiehet ebenfalls wie bey den ganzen Zahlen, vom Produkte aber, schneidet man rechter Hand so viel Ziffern ab, als sich Decimaltheile in beyden Faktoren befinden. Z. E. 4, 56 mal 2, 3.

456
23
1368
912
10488.

In beyden Faktoren befinden sich drey Decimaltheile, also ist das Produkt 10, 488.

Zu mehrerer Verständlichkeit mache man den Versuch mit gewöhnlichen Brüchen. Es ist also 2,3 = $\frac{23}{10}$; und 4,56 = $\frac{456}{100}$. Beyde Brüche multiplicirt geben $\frac{104888}{1000}$. Den Zähler dividirt mit 1000, welches geschiehet, wenn man (§ 39.) rechter Hand drey Ziffern abschneidet: und dann ist der Quotient 10,488 wie oben.

Ferner 45600 multiplicirt mit .23 = 1048800, da nun der eine Faktor zwey Decimaltheile hat, der Andere aber gar keine: so werden auch von dem Produkte nur zwey Ziffern abgeschnitten. Das Produkt ist daher: 10488,00.

Endlich multiplicirt .000456 mit .23. Hier übergehet die Nullen linker Hand des einen Faktors, und multiplicirt bloß 456 mit 23. Das Produkt ist 10488. Der eine Faktor hat aber sechs und der Andere zwey Decimaltheile, folglich müssen von dem Produkte rechter Hand 8 Ziffern abgeschnitten werden. Da jedoch nur 5 Ziffern vorhanden sind: so ergänzt man daher linker Hand die fehlenden Stellen mit drey Nullen, und das wahre Produkt ist .00010488.

Die Division der Decimalen.

§. 42.

Man dividirt wie mit ganzen Zahlen, schneidet aber von dem Quotienten so viel Ziffern ab, als der Dividendus mehr Decimaltheile, wie der Divisor hat. Denn weil der Divisor mit dem Quotienten multiplicirt, den Dividendus hervorbringt und die erstern beyden so viel Decimaltheile haben müssen, als der letztere hat: so muß der Quotient allein deren so viel enthalten, als der Dividendus mehr, als der Divisor hat.

Beyspiele:

1) Dividirt 10,488 mit 2,3; Nun ist $\frac{10488}{23}$ = 456, Im Dividendus sind drey Decimaltheile, der Divi-

visor hat deren nur Einen; vom Quotient müssen also 3 – 1 = 2. Decimaltheile abgeschnitten werden, und derselbe wird nunmehr 4, 56.

2) Es sey 5678,9 mit .60 zu dividiren.
da hier zwey Decimaltheile im Divisor sind, im Dividendus aber nur Einer ist: so ergänzt man die fehlende Stelle im letzern durch 0, und dividirt nun 567890 mit 6 (mit Uebergehung der voranstehenden Null) der Quotient ist = 94648, wovon keine Decimaltheile abgeschnitten werden dürfen, weil dieselben im Divisor, und im Dividendus gleich sind. Da inzwischen dieser Quotient nicht ganz genau ist, sondern noch einen Rest hat, und man denselben wenigstens in zwey Decimaltheilen verlangte: so werden dem Dividendus, statt der Einen 0, deren Drey angehängt. Nun dividirt man 56789000 mit 6: so ist der Quotient 94648,33, welcher schon viel genauer ist, als der Erste, und zwischen 94648,33 und 94648,34 steht. Wird die Rechnung durch Hinzufügung mehrerer Nullen, auch bis ins Unendliche, fortgesetzt: so erhält man auch zu Decimaltheilen lauter 3; es bleibt immer ein Rest.

Einen gewöhnlichen Bruch, in einen Decimalbruch zu verwandeln.

§. 43.

Jeder Bruch ist nichts anders, als der Quotient, des durch seinen Nenner dividirten Zählers, (§. 34.) Man kann daher jeden gewöhnlichen Bruch in einen Decimalbruch verwandeln, wenn man dem Zähler desselben so viel Nullen, als man Decimaltheile verlangt, anhängt, und mit dem Nenner dividirt.

Beyspiele:

1) $\frac{3}{49}$ soll in einen Decimalbruch mit 4 Decimaltheilen verwandelt werden. Dividiret daher 30000 mit 49, und der Quotient ist 612. Nun sind im Dividendus 4 Decimaltheile, und da der Divisor aus einer ganzen Zahl besteht: so müßten eigentlich vier dergleichen Theile am Quotienten abgeschnitten werden; da aber dieser auch nur drey Ziffern hat: so setzt man linker Hand eine 0 vor: und der wahre Quotient ist .0612.

2) Der Bruch $\frac{7}{16}$, soll mit sieben Decimaltheilen dargestellt werden. Dividiret daher 7,0000000 mit 16; der Quotient ist = .4375000, dessen drey letztere Nullen aber überflüßig sind.

Setzt man bey entstehenden Resten, die Division bis ins Unendliche fort: so wird es zwar unmöglich die gesuchte Zahl, durch eine endliche Anzahl Ziffern zu bestimmen; allein je mehr diese Anzahl sich vermehrt, um so mehr nähert man sich dem wahren Quotienten, bis auf eine sehr geringe Kleinigkeit, ohne ihn doch je zu erreichen.

Die Decimaltheile eines Ganzen, nach dem eigentlichen Werth zu bestimmen.

§. 44.

Durch ein Beyspiel wird dieß am besten gezeigt werden. Es sollen nämlich .345, das ist; 345 tausendtheile Eines Thalers, in Groschen und Pfennige bestimmt werden.

Multiplicirt man eine Anzahl Thaler mit 24, so bekömmt man die in derselben befindlichen Groschen und multiplicirt man die letztern mit 12, so erhält man die

die in diesen befindlichen Pfennige. Multiplicirt daher . 345. 24 = 8, 280 = $8\frac{280}{1000}$ gr. Multiplicirt ferner. 280. 12 = 3, 360 gr. also sind .345 thlr. = 8 gr. $3\frac{360}{1000}$ pf.

Die Theile eines Ganzen, in Decimaltheilen zu bestimmen.

§. 45.

Dies ist das umgekehrte der vorhergehenden Aufgabe, und muß durch die Division beantwortet werden, da jene durch die Multiplikation aufgelöset worden ist. Es sollen 8 gr. $3\frac{360}{1000}$ pf. in Decimaltheile eines Thalers verwandelt werden. Nun enthält ein Thaler, 288 pf.; $8\frac{360}{1000}$ sind daher (mit 12 multiplicirt, weil 12 pf. einen Groschen ausmachen) = 99,360 und $\frac{99.360}{288}$ = .345 oder $\frac{345}{1000}$.

Verwandelt ferner 2 Stunden, 34 Minuten, 56 Sekunden, in Decimaltheile eines Tages. Ein Tag enthält 86400 Sekunden; und in 2 Stunden 34 Minuten, 56 Sekunden sind 9296 Sekunden; folglich $\frac{9296}{86400}$ eines Tages. Machet hieraus nach §. 43. einen Decimalbruch: so erhaltet ihr .10759 = oder $\frac{10759}{100000}$ = 2 Stunden, 34 Minuten 56 Sekunden.

Es bleibt noch zu bestimmen übrig, wie viel Decimaltheile der Bruch enthalten müsse um mit hinlänglicher Genauigkeit, die Theile eines Tages bis auf 1 Sekunde beynahe anzugeben. Man merkte daher folgendes. Eine Sekunde ist = $\frac{1}{86400}$ Eines Tages. Es muß daher dieser Bruch zu einem Decimalbruch, wenigstens so weit bis man die erste Ziffer von Wrth erhält, verwandelt werden. Nach der Operation erhält man .00001; woraus folgt: daß um die gegebenen Theile eines Tages, bis auf eine Sekunde beynahe in Decimaltheile auszudrücken, diese wenigstens aus

fünf

fünf Ziffern bestehen müssen; der Bruch .10759, leistet also der Aufgabe ein Genüge.

Verfährt man mit .10759 nach §. 44. so erhält man wieder 2 Stunden, 34 Minuten 55. 8 Sekunden.

Von zusammengesetzten, und Dignitätszahlen. Von Ausziehung der Quadratwurzel, und von den Faktoren der Zahlen.

§. 46.

Alle Zahlen sind entweder Primzahlen, wie 1, 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13 ꝛc. das sind solche, die durch keine andere, als durch sich selbst, ohne Rest dividirt werden können, deren kleinstes Maaß also die Einheit ist; oder sie sind, aus diesen Primzahlen, durch die Addition, oder Multiplication, zusammen gesetzt. Im erstern Falle können wieder Primzahlen entstehen, als $2 + 11 = 13$; $2 + 17 = 19$ ꝛc. im andern Falle aber kommen Zahlen zum Vorschein, die den Namen der zusammengesetzten führen. Die Primzahlen, wodurch diese Zusammensetzung geschiehet, nennt man die Einfachen Faktoren. So geben die Primzahlen 5, 7, wenn sie miteinander multiplicirt werden, die zusammengesetzte Zahl 35.

§. 47.

Multiplicirt man eine nnd dieselbe Zahl, einige Male mit sich selbst: so entstehen die Potenz- oder Dignitätszahlen; und nachdem die Multiplikation damit zwey, drey, vier ꝛc. Male ist verrichtet worden, je nachdem sagt man, daß solche Zahl zur zweyten, dritten, vierten ꝛc. Potenz oder Dignität erhoben sey.

§. 48.

Die Zahl, welche solchergestalt mit sich selbst multiplicirt wird, heißt die Wurzel; durch die zweyfache Mul-

Multiplikation entstehet das Quadrat; wird solche wiederholt, das heißt: wird das Quadrat wieder mit der Wurzel multiplicirt: so entsteht der Kubus, dessen abermalige Multiplikation mit der Wurzel die 4te Potenz oder Dignität, u. s. f. hervorbringt.

§. 49.

Die Bezeichnungsart solcher, einige Male mit sich selbst multiplicirten, Wurzel ist, daß man rechter Hand oberhalb derselben, durch eine andere klein geschriebene Zahl, die Menge der vorgenommenen Multiplicationen andeutet. Z. B. 2^2, ist das Quadrat der Wurzel 2; oder 2^2 ist das Produkt von 2. 2, die zweyte Potenz, oder Dignität von 2. Der Ausdruck 2^3 ist der Kubus, das Produkt von 2. 2. 2, die dritte Potenz oder Dignität von 2; und 2^4 ist das Produkt von 2. 2. 2. 2., oder die vierte Potenz. Die Faktoren von 2^2 sind also die Wurzel 2, zweymal; von 2^3, die Wurzel 2 dreymal; von 2^4, die Wurzel 2 viermal ꝛc. in einander Multiplicirt.

§. 50.

So leicht es ist, jede Zahl zur beliebigen Potenz zu erheben, so schwer wird es, die Wurzel einer solchen Dignität zu finden. Je höher die Potenz ist, um desto mehr Schwierigkeiten sind damit verbunden.

Von Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln, soll hier das Erforderliche beygebracht werden.

Von der Quadratwurzel.

§. 51.

Wird eine Zahl von zwey und mehrerern Ziffern mit sich selbst multiplicirt, oder zum Quadrat erhoben: so enthält die Summe ihrer einzelnen Produkte

1) Die Quadrate aller Theile der Wurzel.

2) Die doppelten Produkte der Summen aller Theile, in jeden nachfolgenden Theil.

Ein Beyspiel wird dies beweisen. Die Zahl 36 soll zum Quadrat erhoben werden. Bekanntlich ist 36 so viel als 30 + 6. Multiplicirt daher 30 + 6 mit 30 + 6.

30 + 6
30 + 6

180 + (36)
(900) + 180

so ist: (900) + 360 + (36) das Quadr. v. 30+6.

Die eingeklammerten Zahlen sind $30^2 = 900.$ } nach 1.
$6^2 = 36.$ }

Hierzu 2. 6. 30 = 360 nach 2.

Summe = 1296.

Und das Quadrat von 366, oder von 300 + 60 + 6 besteht aus

	$300^2 =$	90000.
	$60^2 =$	3600.
	$6^2 =$	36.
2. 300. 60.	=	36000.
2. 300. 6.	=	3600.
2. 60. 6.	=	720.
Summe		133956.

366
366
2196
2196
1098
133956.

§. 52.

Theilet man eine gegebene Quadratzahl in Klassen, zu zwey Ziffern, von der rechten zur linken: so steckt in jeder solchen Klasse, wenn man beyde Zahlen als Eine betrachtet, das Quadrat derjenigen Wurzel Ziffer, die mit der Klasse einerley Stelle hat. Als in

100.	10.	1.
13	39	56.

steckt

steckt in der Ersten Klasse zur linken, das Quadrat derjenigen Wurzelziffer, welche die Stelle der Hunderter einnimmt; in der darauf folgenden zweyten Klasse, steckt das Quadrat der Zehner und in der dritten Klasse das Quadrat der Einer; und die doppelten Produkte aus jeder Ziffer der Wurzel, in alle nächstfolgenden, fangen mit ihrer untersten oder niedrigsten Ziffer linker Hand, in derjenigen Klasse an, die mit jener Wurzelziffer einerley Stelle hat.

§. 53.

So viel solcher Klassen daher aus einer gegebenen Zahl gemacht werden können, da denn auch die letzte Klasse linker Hand, nur eine Ziffer bekommen kann, so viel Ziffern enthält eine Wurzel. Von vorbeschriebener Zahl besteht die Wurzel aus drey Ziffern, nämlich Eine für die Hunderte, Eine für die Zehner und Eine für die Einer.

§. 54.

Um die Wurzel aus einer Quadratzahl zu finden, darf man nur jene Theile, woraus die letztere zusammengesetzt ist, nach ihrer Ordnung wieder abziehn. Wir wollen das vorhergehende Beyspiel umkehren:

13|39|56 F. $300 + 60 + 6$.

$300^2 =$ 90000

4 39 56

$2.300.60 =$ 36000 $\frac{40000}{2.300} = 60$ zweyte Ziffer.

79 56

$60^2 =$ 3600 $\frac{4356}{2.300+60} = 6$. dritte Ziffer.

43 56

$2.300.6 + 2.60.6 =$ 4320

36

$6^2 =$ 36

0.

Erläu-

Erläuterungen.

Weil die Zahl drey Klassen hat: so muß die Wurzel drey Ziffern haben. In den Zahlen 13 der ersten Klasse steckt das Quadrat des ersten Theils der Wurzel, der ein Hunderter ist. Man ziehet also das der Zahl 13 am nächsten kommende Quadrat, nämlich 9, von derselben ab: so bleiben 4 in Rest. (Die im vorhergehenden Exempel angemerkten Nullen, hat man bey der eigentlichen Berechnung nicht nöthig). Die Zahl 3, als die Wurzel von der Zahl 9, wird besonders notirt.

	13	39	56 F. 366
	9		
Divisor 6)	4	39	
6. 6 =	3	60	
		79	
		36	
Divisor 72)		43	56
6. 72 =		43	20
			36
			36
			0.

Zu der übrig gebliebenen 4 zieht man die beyden Ziffern 39, der folgenden Klassen herunter. In 439 steckt nun das doppelte Produkt aus den hunderten der Wurzel in die Zehner, und das Quadrat des zweyten Theils der Wurzel. Um aber den zweyten Theil der Wurzel zu finden, muß man 439 mit dem doppelten ersten Theil der gefundenen Wurzel dividiren. Man muß sich aber hüten, den Quotienten nicht zu hoch zu nehmen und bedenken, daß nicht 439, sondern nur 400 dividirt werden darf. Mit dem hier gefundenen Quotienten 6, multiplicirt den Divisor 6; ziehet das Produkt von 43 ab und es bleiben 7. Setzet dazu die oben stehende 9, und subtrahirt nun von 79 das Quadrat 36 der gefundenen Zahl 6 und es bleiben 43 übrig.

Zu diesem Rest setzet die beyden Ziffern 56 der dritten Klasse, und da in der neuen Zahl 4356, das doppelte Produkt der Hunderten und Zehner, durch die Einer, auch das Quadrat der Einer steckt: so dividirt mit den doppelten beyden bereits gefundenen Wurzelzahlen 36, nämlich mit 72 in 4356: so ist der Quotient 6 der letzte Theil der Wurzel. Multiplicirt denselben mit dem Divisor 71; subtrahirt das Produkt 6. 72 = 432 von 435, und es bleiben 36 übrig; Ziehet auch von diesem Reste das Quadrat der gefundenen Zahl 6 = 36 ab: so ist die Arbeit beendiget.

Hier sind noch einige Beyspiele.

1)

5|66|44 F. 23. 8.
4|

4) 1|66|
1|2|

46) |46|
|9|

|37|44
|36|8

|64
|64

0.

2)

3|69|47 F. 192.
1|

2) 2|69|
1|8|

38) |89|
|81|

|8|47
|7|6

|87
|4

83.

§. 55.

Von 36947 ist die Wurzel 192, und noch bleibt ein Rest von 83. Will man aber die Rechnung weiter treiben, und statt dieses Restes einige Decimaltheile haben: so hängt man so viel Paar Nullen an, als man dergleichen Decimaltheile verlangt; fahrt dann mit der Rechnung, wie oben gezeigt worden ist, fort und schneidet zuletzt von der Wurzel rechter Hand

so

so viel Zahlen ab, als Paar Nullen dem Reste sind zugesetzt worden.

Z. E. Statt des Restes verlange man hundertheile zu haben: so ist die Fortsetzung der Rechnung, des letztern Beyspiels folgende:

```
  83 | 00 | 00   F. 192, 21 = 192 21/100 = 192 1/5 beynahe.
384  76 | 8  |
     ---------
        6 | 20 |
          |  4 |
     ---------
3844    6 | 16 | 00
          3 | 84 | 4
     ---------
        2 | 31 | 60
          |    |  1
     ---------
        2  31  59.
```

Eine andere Auflösung. *)

Man verlangt die Wurzel von 806503201.

1) Man theilt allemal die gegebene Zahl in Klassen, von der rechten zur linken, und giebt jeder Klasse zwey Ziffern. 8 | 06 | 50 | 32 | 01.

2) Man nehme die Wurzel der erstern Klasse, nämlich 8 zur linken.

3) Das Quadrat dieser Wurzel, nämlich 2. 2 = 4 ist um 4 kleiner als 8.

4) Setzet man zu dem Unterschied so viel Ziffern als Klassen sind, weniger Eine: so bekommt man 40650.

5) Man nimmt den Unterschied zwischen 4 als dem Quadrat der Wurzel 2, und 9, dem Quadrat der nächst größern Wurzel 3; hier 9 - 4 = 5.

6)

*) S. Krünitz Encyklopädie.

6) Mit diesem Unterschiede 5 dividirt man die vorhergehende Zahl 40650; der Quotient ist 8130.

7) Vor diesen Quotienten setzt man die gefundene Wurzel 2; also: 28130.

8) Durch diese Zahl dividirt man die gegebene Zahl: der Quotient ist: 28670.

9) Die Hälfte der Differenz der gefundenen zwey Zahlen (n. 7. und 8.) nämlich 28670 − 28130 = 540 und $\frac{540}{2}$ = 270. addirt man zur kleinern Zahl 28130; so bekommt man 28130 + 270 = 28400.

Da man nun, wenn zur Probe diese Zahl quadrirt wird, das Quadrat etwas zu groß findet: so nimmt man 1 davon ab, und erhält alsdann 28399 zur gesuchten Wurzel.

Sollte nach der Operation etwas übrig bleiben: so macht man es zum Zähler eines Bruchs, wozu man den Nenner erhält, wenn die gefundene Wurzel doppelt genommen und 1 dazu addirt wird.

Noch bemerke man, daß alle richtige Quadratzahlen sich entweder mit 1,5,6,9 oder 0, wenn eine der erwähnten Zahlen vorhergeht, endigen, oder auch, wenn die Anzahl der Nullen gerade ist.

§. 56.

Vermittelst der hinten folgenden Tabelle B. kann man sich die Rechnung erleichtern, wenn man aus derselben die, den ersten zwey oder drey Klassen, der gegebenen Zahl am nächsten kommende, Quadratzahl nimmt, sie von jener abzieht und aus dem Reste nebst den übrigen Zahlen, vermittelst der gefundenen Wurzel, die übrigen Theile derselben auf vorbeschriebene Art sucht. Z. E.

Zu 3|69|47 F. ist die nächste Zahl in den Ta-
3|68|64 bellen und deren Wurzel 192,

			und bleibt Rest.
		83.	
Ferner: zu	44	35	56	steht in der Tabelle ne-
				ben der Zahl die Wur-
subrahirt also	43	56		zel 66.

Ist Rest - |79|56| woraus der letzte Theil der Wurzel = 6, auf die vorgeschriebene Weise, sehr leicht zu finden ist.

§. 57.

Soll aus einem gemeinen Bruche die Quadratwurzel gezogen werden: so bringt man denselben erst auf seine kleinste Benennung und extrahirt dann die Wurzel so wol aus dem Zähler als dem Nenner. Von $\frac{18}{32}$ kann die Quadratwurzel nicht ausgedrückt werden; von $\frac{9}{16}$ aber ist dieselbe $\frac{3}{4}$.

Ist die Quadratwurzel nicht genau heraus zu bringen: so muß man sie durch Näherungen entweder vermittelst der Decimalbrüche, oder auf eine andere Art zu erhalten suchen. Im letztern Falle darf man den Bruch, nur in einen andern von gleichem Werthe, dessen Zähler oder Nenner eine Quadratzahl ist, verwandeln. Gesetzt, aus $46\frac{1}{5}$ sollte die Quadratwurzel gezogen werden. Man multiplicire den Bruch $2\frac{31}{5}$, so wohl Zähler als Nenner mit 5: so kommt $\frac{1155}{25}$, wo der Nenner 25 das Quadrat von 5 ist; von 1155 ist die Wurzel beynahe 34. die Wurzel der gegebenen Zahl ist also beynahe $\frac{34}{5}$ oder $6\frac{4}{5}$.

§. 58.

Die beste und richtigste Art, aus einem gemeinen Bruche die Wurzel zu ziehen, ist indeß immer die, daß man ihn (§. 58) in einen Decimalbruch verwandelt und damit folgendergestalt verfährt.

Die

Die Quadratwurzel aus Decimalbrüchen zu ziehen.

Es giebt nur wenig Quadratzahlen, oder solche, aus denen die Wurzel genau gezogen werden kann. Wie der übrig gebliebene Rest, vermittelst zusetzung einiger Nullen, in Zehntel, und Hundertel heraus zubringen ist, davon enthält der §. 55. das Nöthige. Bey bloßen Decimalbrüchen verfährt man auf dieselbe Art, wie bey ganzen Zahlen, nur müssen die Ziffern vorher, ebenfalls in Klassen, jedoch von dem Trennungspunkte an, nach der rechten Hand hin, zu zwey und zwey Ziffern getheilt werden. Einige Beyspiele werden die Sache deutlich machen.

1) Aus 2345. 6 wäre mit einer Näherung von zwey Decimaltheilen die Quadratwurzel zu ziehen. Weil hier zwey Decimaltheile verlangt werden: so muß der Bruch 6 zwey Klassen haben, und müssen demselben daher drey Nullen angehangen werden. Die Zubereitete Zahl wird daher: 23 | 45 | 60 | 00|, und deren Wurzel beynahe 38, 43. seyn. Man mache die Probe, und multiplicire 4813 mit sich selbst: so erhält man die ersten Ziffern 2345 des gegebenen Quadrats; mehr darf man aber auch nicht erwarten, weil in der Wurzel nur vier eigentliche Zahlen vorhanden sind, und der Rest übergangen ist. Sollte man indessen die Genauigkeit noch weiter treiben, und eine Wurzel von fünf Ziffern haben wollen, so viel davon nämlich das gegebene Quadrat hat: so ist dieselbe 48. 431, welche mit sich selbst multiplicirt, wenn zum Produkte der Rest addirt wird, in den ersten fünf Ziffern die Zahlen 23456, des gegebenen Quadrats, darstellt.

2) Aus .0023456 soll die Quadratwurzel in fünf Decimaltheilen gezogen werden. Hier ziehet aus 23|45|60|00, wie gewöhnlich die Wurzel, solche ist, wie vorher 4843. Sie soll aber fünf Decimaltheile haben; daher müßt ihr derselben linker Hand eine Null vorsetzen und sie wird seyn: .04843.

Von der Kubikwurzel.

§. 59.

Multiplicirt man das Quadrat von 30 + 6, nämlich: (§. 51.) 900 + 360 + 36 nochmals mit der Wurzel 30 + 6

5400 + 2160 + 216
27000 + 10800 + 1080

f. i. 27000 + 16200 + 3240 + 216. der Kubus v. 30 + 6.

und $30^3 = 27000$
$6^3 = 216$
$3 \cdot 6 \cdot 30^2 = 16200$
$3 \cdot 30 \cdot 6^2 = 3240$

also $46656 = 36^3$.

waraus man sehen kann, wie die Theile der Wurzel in der Würfelzahl zurstreuet sind.

Um nun aus einer Kubikzahl wie z. E. aus 46656 die Wurzel zu ziehen: so verfährt man also:

1) Man theilt die gegebene Zahl in Klassen, von der Rechten zur linken, und giebt jeder Klasse drey Ziffern. 46|656.

2) Sucht man hinten in der Tabelle, was für eine Kubikzahl, den Zahlen der letzten Klasse, am nächsten kommt, und ziehet solche von jener ab.

und

und merket die Wurzel besonders. $27 = 3^3$;
und $46 - 27 = 19$.

3) Zu dem Reste 19 schreibt man die folgende Klasse 656, und dividirt nun die ersten Zahlen, dieser neuen Zahl 19656, mit dem Quotient der gefundenen Wurzel dreymal genommen. 27

4) Den Quotienten, welchen man nicht zu hoch nehmen darf, also hier nicht 7, sondern 6, schreibt man als den zweyten Theil der Wurzel, neben dem bereits gefundenen ersten Theil derselben.

5) Den Divisor 27 multiplicirt man mit dem neuen gefundenen Theil, und das Produkt $6.27 = 162$ setzt man unter die Erste Zahl, zur linken, der herunter gezogenen Klasse.

6) Das Quadrat des zuletzt gefundenen Theils der Wurzel, dreymal genommen, mit dem vorhergehenden multiplicirt, schreibt man unter die Mittlere, der heruntergezogenen Zahlen von der Rechten zur linken. $3.6^2.3 = 324$.

7) Unter die letztere der heruntergezogenen Zahlen aber, schreibt man von der rechten gegen die linke Hand den Kubum des 2ten Theils der Wurzel. $6^3 = 216$.

8) Nun werden die Zähler von 5. 6. 7. addirt, und davon Summe vom Dividendo n. 3. abgezogen.

9) Zu dem Reste wird abermals die folgende Klasse heruntergezogen und die Operation von n. 3 bis 8 so oft wiederhohlt, als Klassen vorhanden sind. Obiges Exempel würde nun so stehen:

46|656|36.
27|

19656

162
324
216

19656

0.

Neben-Ausrechnungen.

$3 \cdot 3^2 = 27$; und $\frac{19656}{27} = 6$.
$27 \cdot 6 = 162$.
$3 \cdot 6^2 \cdot 3 = 324$.
$6^3 = 216$.

Auf eine andere Art.

Gegebene Zahl. 43|241|792.

1) Man theilt die gegebene Zahl in Klassen von der Rechten zur linken, und giebt einer jeden drey Ziffern.

2) Man nimmt die Wurzel des Kubus, von der Klasse zur linken, nämlich. 3.

3) Der Kubus dieser Wurzel ist um 16 kleiner als 43.

4) Zu dieser Differenz setze man, von den folgenden Ziffern; als Klassen gegeben, weniger eine, also 1624.

5) Nehme man die Differenz zwischen den kubischen Zahlen der Wurzel 3 und der Wurzel 4: nämlich $64 - 27 = 37$.

6) Dividirt man 1624 mit 37; der Quotient ist 44.

7) Von dieser Zahl wird die erst gefundene Kubikwurzel 3 gesetzt; und man hat 344.

8) Das Quadrat dieser Zahl ist 118236.

9) Mit diesem Quadrate wird die gegebene Zahl dividirt; der Quotient ist: 365.

10) Das Drittel der Differenz der beyden gefundenen Zahlen, zur kleinsten, 344 addirt, giebt 351 zur gesuchten Wurzel.

Bleibt etwas übrig: so ist die Differenz zwischen dem Kubus der gefundenen Zahl und der gegebenen Zahl der Zähler eines Bruches, wozu der Nenner gefunden wird, wenn man die Wurzel mit 3 multiplicirt, und das mit 3 multipcirte Quadrat, und 1 dazu addirt. Von Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel vermittelst der Logarithmen, sehe man §. 95.

§. 60.

Einige Beyspiele:

3) Die runden Kugeln, verhalten sich in Absicht ihres Inhalts, wie die Kubi ihrer Durchmesser. Hat man also den Durchmesser einer Kugel A = 1 Fuß, und den Durchmesser einer andern Kugel B = 2 Fuß: so verhält sich der Inhalt der Kugel A, zum Inhalte der Kugel B wie 1^3 zu 2^3 oder wie 1 zu 8.

Bestehen nun die Kugeln aus einerley Materie: so wird B 8 mal schwerer seyn als A.

Ferner sey der Durchmesser einer Kugel A = 2 Zoll und ihr Gewicht 5 ℔.; der Durchmesser einer andern Kugel B sey 8 Zoll: so ist das Gewicht der letztern

$$2^3 : 8^3 = 5 : x; \text{ und } x = \frac{8^3 . 5.}{2^3.} = 320 \text{ ℔.}$$

1) Man hat gefunden, daß ein Körper in 1 Sekunde 15 Fuß; in 2 Sekunden 60 Fuß; und in 3 Sekunden 135 niederfällt, und daraus geschlossen: daß sich die Höhen verhalten, wie die Quadrate der Zeiten; und umgekehrt, die Zeiten wie die Quadratwurzel aus der Höhe. Will man nun wis-

wissen, wie viel Zeit ein Stein brauche, um von einer Höhe von 2160 Fuß herunter zu fallen: so ist $15 : 2160 = 1 : x$

$x = \frac{2160}{15} = 144$ das Quadrat der gesuchten Zeit, folglich $\sqrt[2]{144} = 12$ Sekunden.

Ferner: wie tief kann ein Stein in einer Stunde = 3600 Sekunden Fallen? so verhalten sich die Quadrate der Zeiten: d. i. $1^2 : 3600^2$; wie die gegebene Höhe = 15 Fuß, zur gesuchten Höhe, x Fuß.

folglich $x = \frac{12960000.15}{1} = 194400000$ Fuß.

Rechnet man nur für eine Meile 24000 Fuß: so beträgt die Höhe 8100 Meilen; welches mehr beträgt, als die ganze Erde dicke ist.

2) Der Verkaufspreis der Edelgesteine verhält sich wie das Quadrat ihrer Gewichte, oder das Verhältniß des Preises ist gleich dem gedoppelten Verhälniß des Gewichts. Kostet nun ein Diamant von einem Karat (§. 118,3.) 2 thlr.: so muß ein Diamant von 100 Karat so vielmal mehr gelten, als das Quadrat von 100 größer ist, wie das Quadrat von 1.

folglich $1^2 : 100^2 = 2$ Thlr. : x. und

$x = \frac{100.100.2.}{1} = 20000$ Thlr.

In Portugall befindet sich ein Diamant von 1680 Karat, dessen Werth also $= 1680^2 . 2 = 5644800$ thlr. ist.

Wie groß muß ein kubischer Behälter seyn, welcher 1000 Eymer Soole halten soll? Ein Eymer wird zu 14 Maaß gerechnet, und 35 Maaß machen einen Kubikfuß.

Die

Die Antwort ist: $\sqrt[3]{14000\frac{000}{35}} = 400.$

Daher 400|000|7, 3 Fuß tief.

343| |

57000

$3 \cdot 7^2 = 441$

$3 \cdot 3^2 \cdot 7 = 189$

$3^2 \cdot = 9$

45999

11001.

§. 61.

Aus dem vorhergehenden erhellet, daß eine jede Potenzzahl durch die Multiplikation gleicher Faktoren entsteht; bey den übrigen, zusammengesetzten Zahlen hingegen, sind die Factoren ungleich. Man findet dieselben

1) für kleine zusammengesetzte Zahlen, wenn man solche nach §. 19. mit den Primzahlen 2, 3, 5, nach und nach dividirt, und wenn diese nicht zulangen sollten, mit den übrigen 7, 11, 13, ꝛc. ähnliche Versuche anstellt.

2) Für größere Zahlen zieht man eins ihrer nächst größern Quadrate von derselben so lange ab, bis eine Quadratzahl zum Rest bleibt, deren Wurzel, zur Wurzel der genommenen Quadratzahl addirt, den größern davon subtrahirt, den kleinern Faktor der gegebenen Zahl giebt.

Beyspiele:

Zu 336 sollen die Faktoren gesucht werden. Die nächst größere Quadratzahl ist = 343

subtrahirt davon = 336

so bleibt Rest - 7, keine Quadratzahl.

Man

Man nehme daher das folgende Quadrat 361 = 19².
subtrahire davon , 336

so bleibt Rest 25 = 5².

Folglich ist 19 + 5 = 24; und 19 - 5 = 14; daher 24. 14 = 336.

Ferner: die gegebene Zahl sey 9936.
Das nächst größere Quadrat = 10000 = 100².

Rest , 64 = 8².

Also 100 + 8 = 108, der größere, und 100 - 8 = 92 der kleinere Faktor der Zahl 9936.

Dergleichen Berechnungeu sind jedoch fast immer mit vielen Weitläuftigkeiten verbunden; da indessen die Faktoren in der ganzen Arithmetik von ausgebreitetem Nutzen sind, und vorzüglich bey Rechnungen mit großen Zahlen, bey Aufhebung der Brüche, bey Verkleinerung der Verhältnisse, vortheilhaft gebraucht werden können: so wird die, diesem Buche beygefügte Tabelle A, in welcher die Faktoren aller Zahlen bis 2000 enthalten sind, verbunden mit den, in der Tabelle B berechneten Potenzzahlen, dem Rechner in den meisten gewöhnlichen Fällen gute Dienste thun. Wer die Faktoren für größere Zahlen verlangt, kann sich der oben erwähnten Hülfsmittel bedienen, oder sich J. Neumanns Tabellen der Primzahlen, und der Faktoren der Zahlen, welche unter 100100, und durch 2, 3, oder 5 nicht theilbar sind (Dessau 1785,) anschaffen oder sich eine Faktoren-Tabelle, nach C. F. Hindenburgs Beschreibung einer ganz neuen Art, die Faktoren durch bloßes abzählen, sicher zu finden (Leipzig 1776) selbst berechnen.

§. 62.

§. 62.

Von dem Gebrauch der Faktoren ist hin und wieder, bey vorgekommenen Gelegenheiten, das Nöthige beygebracht worden. Hier merke man sich daher nur folgendes, als einen allgemeinen Fall. Es sollen nämlich 786 mit 976 multiplicirt und das Produkt mit 5916 dividirt werden. Um dieß leicht zu verrichten, schreibe man statt der Zahlen, die denselben zugehörigen Faktoren, als einen Bruch, dessen Zähler die zu multiplicirenden Zahlen, der Nenner aber den Divisor enthält, und streicht oben und unten die gleichnamigen Zahlen aus: so bleiben nur wenig Zahlen übrig, womit denn die ganze Rechnung beendiget werden kann.

Die Ausrechnung des gegebenen Beyspiels ist folgende:

$786 = 2.\ 3.\ 131;\ 976 = 2^4.\ 61;\ 5916 = 2^7.\ 13.\ 3.$

daher $\frac{2.3.131.2^4.61}{2^7.\ 13.\ 3.\ 2^2} = \frac{131.61}{4.13.} = 69\frac{91}{52} = 130\frac{31}{52}.$

Ferner. $\frac{2744.682}{2156.} = \frac{14^3.2.11.31.}{14^2.\ 11.} = 14.\ 2.\ 31$

$= 14.\ 62. = 868.$

§. 63.

Gleichartige Potenzen oder Dignitäten, das sind solche, die einerley Wurzel haben, werden mit einander multiplicirt, wenn man ihre Exponenten, die auch Logarithmen heissen können, addirt.

Z. E. $3^8.\ 3^3 = 3^{11}$; denn $3^8 = 6561;\ 3^3 = 27;$
Daher $6561.\ 27 = 177147 = 3^{11};$
$4^4.\ 4^5 = 4^9$; denn $4^4 = 256;\ 4^5 = 1024;$
Folglich $256.\ 1024 = 262144.$

Gleich-

Gleichartige Dignitäten aber werden in einander dividirt, wenn man ihre Exponenten von einander subtrahirt: der Rest giebt den Quotienten.

Z. E. $\frac{3^{10}}{3^6} = 3^4 = \frac{59049}{729} = 81$; $\frac{3^6}{3^{10}} = 3^{\frac{6}{10}} = \frac{1}{81}$.

Ungleichartige Dignitäten aber müssen in Zahlen aufgelöset werden. $\frac{11.4^2}{2^8} = \frac{11.16}{256} = \frac{11}{16}$; $\frac{3^4.7^2}{5^2} = \frac{81.49}{25} = \frac{6609}{25} = 243\frac{22}{25}$.

Von der Proportionen.

§. 64.

Vier Zahlen heißen proportional oder man sagt, die erste Zahl verhält sich zur Andern, wie die Dritte zur Vierten, oder zwischen den beyden ersten Zahlen befindet sich dasselbe Verhältniß, wie zwischen den beyden Andern, wenn die erste Zahl dasselbe Vielfache, derselbe Theil von der andern Zahl ist, als die dritte Zahl von der Vierten. Wenn nun vier Zahlen diese Eigenschaften haben: so stehen sie in Proportion; eine jede Zahl führt den Namen eines Gliedes der Proportion, und die Zahl, wodurch ein Glied von dem andern unterschieden wird, wird der Exponent der Proportion genannt.

§. 65.

Man unterscheide zweyerley Proportionen, nämlich eine arithmetische und eine geometrische. Bey Vergleichung der arithmetischen Proportionalzahlen siehet man auf den Unterschied derselben, um wie viel nämlich die eine Zahl größer oder kleiner ist, als die Andere; bey den geometrischen Proportionalzahlen hingegen betrachtet man, wie oft die eine in der andern enthalten ist.

§. 66.

§. 66.

Beyde Arten Proportionalzahlen werden Folgendergestalt bezeichnet:

3 - 4 = 5 - 6 ist eine arithmetische Proportion.

3 : 4 = 6 : 8 ist eine geometrische Proportion.

Dort ist der Exponant, oder der Unterschied, 1; hier aber ist der Exponent, oder der Quotient $\frac{3}{4}$.

§. 67.

Sind bey einer arithmetischen oder geometrischen Proportion, die beyden mittelsten Glieder gleich, d. i. ist 3 - 4 = 4 - 5, oder 3 : 6 = 6 : 12, so heißt dieß eine stätige Proportion. Gewöhnlich wird nur Eins der mittlern Glieder, einer solchen Proportion genannt.

§. 68.

Wenn vier Zahlen arithmetisch proportional sind: so ist die Summe der ersten und vierten Zahl, der Summe der zweyten und dritten Zahl gleich. In 3 - 4 = 5 - 6, ist 3 + 6 = 4 + 5.

§. 69.

Man findet daher zu drey gegebenen Zahlen, die vierte arithmetische Proportionalzahl, wenn man die zweyte und dritte Zahl addirt, und von der Summe die Erste abzieht. Z. E. die Zahlen 3, 4, 5, sind gegeben: so ist die Vierte 4 + 5 = 9 - 3 = 6.

§. 70.

Und zu verschiedenen gegebenen arithmetischen Proportionalzahlen, wird die Mittlere gefunden, wenn man ihre Summe durch die Anzahl der Zahlen dividirt. Zu 4 und 8 ist die mittlere arithmetische Pro-

por-

portionalzahl $\frac{4+8}{2} = 2 + 4 = 6$; und zu 3, 6, 9, ist solche $\frac{3+6+9}{3} = \frac{18}{1} = 6$. Das letztere nennt man das arithmetische Mittel, oder die Berechnung im Durchschnitt, welche im gemeinen Leben öfters vorkömmt.

§. 71.

Sind von einer stätigen arithmetischen Proportion, die beyden äussern Glieder gegeben: so findet man die Mittlern, wenn man deren Summe halbirt, als 3 und 5 sind die äussern Glieder; daher $\frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$ das Mittlere.

Mehr von den arithmetischen Proportionen sehe man §. 82. bey Summirung arithmetischer Reihen.

§. 72.

Das Vielfache einer gegebenen Zahl von einer Andern wird vermittelst der Division gefunden. Man braucht daher nur die gegebene Zahl in Form eines Bruches zu schreiben, dessen Zähler die erste und dessen Nenner die zweyte Zahl ist. Der Bruch $\frac{2}{3}$ zeigt deutlich, daß der Zähler 2 zwey Drittel vom Nenner 3 enthält; denn 1 ist ein Drittel von drey; folglich sind auch 2 zwey Drittel von 3. Eben so zeigt $\frac{12}{8}$ daß 12 Zwölfachtel, oder $\frac{3}{2}$ von 8 ist; und endlich zeigt $\frac{12}{4}$ daß die Zahl 12, zwölf Viertel von 4, oder welches dasselbe ist, daß der Zähler 12 den Nenner 4, gerade dreymal enthält, daß folglich 12 ein Vielfaches von 4 ist, weil sie diese letztere Zahl, gerade dreymal ohne einen Rest in sich begreift.

§. 73.

Vier Zahlen stehen also in geometrischer Proportion oder verhalten sich: die Erste zur Zweyten, wie die Dritte zur Vierten, wenn ein Bruch, dessen Zähler

ler die erste; dessen Nenner aber die zweyte Zahl ist, einem andern Bruche gleich ist, der zum Zähler die dritte und zum Nenner die vierte Zahl hat. Es ist folglich 2 : 3 = 4 : 6, weil $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ Ferner: 12 : 8 = 15 : 10, weil $\frac{12}{8} = \frac{15}{10}$; da beyde Brüche sich mit $\frac{3}{2}$ verkleinern lassen; desgleichen 2 zu 6 wie 4 zu 12, weil $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$; und endlich ist 6 zu 2 wie 12 zu 4, weil $\frac{6}{2} = \frac{12}{4} = 3 = 3$.

§. 74.

Wenn vier Zahlen geometrisch proportionirt sind: so ist das Produkt ihrer äussern Glieder, gleich dem Produkte der Mittlern. Denn gesetzt 2 : 3 = 4 ; 6, so ist 2. 6 = 3. 4. Weil sich 2 zu 3 verhält, wie 4 zu 6: so ist $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. Multiplicirt den Zähler und Nenner des Bruches $\frac{2}{3}$ mit 6, dem vierten Gliede der Proportion, und den Bruch $\frac{4}{6}$ mit 3 dem zweyten Gliede (eine Multiplikation, welche den Werth der Brüche nicht im geringsten verändert. (§. 19.): so kommt $\frac{2}{3}.\frac{6}{6} = \frac{4}{6}.\frac{3}{3}$. das heißt: der Quotient aus dem Zähler 2. 6 des ersten Bruches, dividirt mit seinem Nenner 3. 6, ist gleich dem Quotienten aus dem Zähler 4. 3 des zweyten Bruches, dividirt mit seinem Nenner 6. 3. Daher ist 2. 6 = 4. 3; oder das Produkt der äussern Glieder ist dem Produkte der Mittlern gleich.

§. 75.

In einer stätigen geometrischen Proportion, in welcher nämlich die mittlern Glieder gleich sind, z. E. in 3 : 6 = 6 : 12 ist das Produkt der beyden äussern, gleich der Quadratzahl der Mittlern.

§. 76.

Zu zwey gegebenen Zahlen wird daher die Mittlere geometrische Proportionalzahl gefunden, wenn man

aus

aus dem Produkte derselben die Quadratwurzel zieht. Als zu 3, 12 soll die mittlere geometrische Proportionalzahl gefunden werden: so ist dieselbe $\sqrt{3\ 12} = \sqrt{36} = 6$.

Will man zu zwey gegebenen Zahlen, zwey geometrische Proportionalzahlen finden: so muß man das Quadrat der größern mit der kleinen, und das Quadrat der kleinern, mit der größern Zahl multipliciren, und aus beyden Produkten die Kubikwurzeln ziehn. Z. E. die gegebenen Zahlen wären 27 und 8: so ist $27^2 = 729$; und $729.\ 8 = 5832$; wovon die Kubikwurzel 18 die größte der beyden mittlern Zahlen ist. Ferner ist $8^2 = 64$. und $64.\ 27 = 1728$; deren Kubikwurzel 12, die Kleinste der Mittlern ist. Die beyden gesuchten Zahlen sind also 18 und 12; und die Zahlen 27, 18, 12, 8 stehen in stätiger Proportion.

§. 77.

Zu drey gegebenen geometrischen Proportionalzahlen wird die Vierte gefunden, wenn man die Zweyte und Dritte multiplicirt und das Produkt mit der ersten Zahl dividirt. Z. E. zu 2, 3, 4 soll die vierte Zahl gefunden werden: so ist solche $\frac{3.4}{2} = 6$. Denn weil in einer geometrischen Proportion das Produkt der äussern Glieder, dem Produkte der mittlern Glieder gleich seyn muß (§. 74.) und hier die mittlern Glieder $3.4 = 12$ sind: so kommt es darauf an, eine Zahl zu finden, die mit 2, der ersten Zahl der Proportion multiplicirt, auch 12 macht. Durch die Division wird aber (§. 10.), gefunden, wie oft eine gegebene Zahl in einer Andern stecke; und da hier ausgemittelt werden muß, wie oft das Produkt der beyden mittlern Zahlen, die erste Zahl in sich begreiffe: so muß man jenes durch diese dividiren.

Dieses

Dieses ist die sogenannte Regel de Tri, die Regel von dreyen Sätzen, oder die goldene Regel, deren Nutzen sich ins Unendliche erstreckt.

§. 78.

Aus dem gesagten lassen sich auch folgende Eigenschaften einer geometrischen Proportion herleiten. Zur bessern Uebersicht nenne man, von einer solchen Proportion, das erste Glied A; das Zweyte B; das Dritte C, und Vierte D. Ferner sey A = 2, B = 3, C = 4, D = 6. so ist,

wenn A : B = C : D.

2 : 3 = 4 : 6.

I. Durch die Umkehrung.

D : C = B : A.

6 : 4 = 3 : 2. ' ' $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

II. Durch die Versetzung der mittlern Glieder

A : C = B : D.

2 : 4 = 3 : 6. ' ' $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

III. Durch übereinstimmiges Addiren.

A + C : B + D = A : B.

2 + 4 : 3 + 6 = 2 : 3. ' $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

A + B : B = C + D : D.

2 + 3 : 3 = 4 + 6 : 6. ' $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$

IV. Durch übereinstimmiges Subtrahiren.

A - B : B - D = A : B.

2 - 4 : 3 - 6 = 2 : 3. ' $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

A : A - B = C : C = D.

2 . 2 - 3 = 4 : 4 - 6. ' $\frac{2}{1} = \frac{4}{2}$.

A - B : B = C - D : D.

2 - 3 : 3 = 4 - 6 : 6. ' $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

A - C = A - B : C - D.

2 - 4 = 2 - 3 : 4 - 6. ' $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

V. Durch übereinstimmiges Addiren und Subtrahiren.

A + B : A - B = C + D : C - D.

2 + 3 : 2 - 3 = 4 + 6 : 4 - 6. $\frac{5}{1} = \frac{10}{2}$.

VI. Durchs Multipliciren.

2 A : 2 B = 2 C : 2 D.

2.2 : 2.3 = 2.4 : 2.6. ' $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$

2 A : 2 B = C : D.

2.2.: 2 3 = 4 : 6. ' ' $\frac{4}{6} = \frac{4}{6}$.

A : B = 2 C : 2 D.

2 : 3 = 2.4 : 2.6. ' ' $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

5 A : 5 B = 7 C : 7 D.

5.2 : 5.3 = 7.4 : 7.6. $\frac{10}{15} = \frac{28}{42}$.

3 A : B = 3 C : D.

3.2 : 3 = 3.4 : 6. ' ' $\frac{6}{3} = \frac{12}{6}$.

A : 3 B = C : 3 D.

2 : 3:3 = 4 : 3.6. ' ' $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$.

3 A : 4 B = 3 C : 4 D.

3.2 : 4.3 = 3.4 : 4.6. ' $\frac{6}{12} = \frac{12}{24}$.

VII. Durchs Dividiren.

$\frac{A}{2} : \frac{B}{2} = \frac{C}{2} : \frac{D}{2}$.

$\frac{2}{2} : \frac{3}{2} = \frac{4}{2} : \frac{6}{2}$. ' $\frac{6}{4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$.

VIII. Oder wenn jedes Glied zur Potenz erhoben wird.

$A^2 : B^2 = C^2 : D^2$.

4 : 9 = 16 : 36. ' ' $\frac{4}{9} = \frac{16}{36}$.

Und

Und endlich, wenn verschiedene Proportionen, nach der Ordnung der Glieder in einander,

IX. multiplicirt oder

$2 : 3 = 4 : 6$
$3 : 4 = 6 : 8$
$4 : 6 = 6 : 9$

$2.3.4 : 3.4.6 = 4.6.6 : 6.8.9$; $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$.

X. dividirt werden:

$3 : 4 = 6 : 8$
$2 : 3 = 4 : 5$

$\frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{6}{4} : \frac{8}{6}$; $\frac{9}{8} = \frac{9}{8}$.

so bleiben die Zahlen bey allen diesen Veränderungen, immer im Verhältniß.

§. 79.

Brüche von gleichen Nennern verhalten sich wie ihre Zähler. $\frac{3}{11} : \frac{6}{11} = 3 : 6$: und

§. 80.

Brüche von gleichen Zählern, verhalten sich umgekehrt, wie ihre Nenner: d. i., der Erste Bruch verhält sich zum Zweyten, wie der Nenner des Zweyten zum Nenner des Ersten. $\frac{4}{5} : \frac{4}{7} = 7 : 5$. (§. 38.)

Von den arithmetischen und geometrischen Reihen, und von den Logarithmen.

§. 81.

Reihen Zahlen wie die Folgenden:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, oder
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16,

die immer mit gleicher Differenz wechseln oder abnehmen, wie

16, 14, 12, 10, 8, 6, 4, 2,
8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1,

heissen arithmetische Reihen; Andere hingegen wie

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128,

oder 16, 8, 4, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$,

in welchen immer das folgende Glied, ein Produkt, aus dem vorhergehenden Gliede, mit einem und demselben Faktor ist, welcher der Exponent der Reihe genannt wird, heißt eine geometrische Reihe, oder Progreßion.

§. 82.

In einer arithmetischen Reihe, ist die Summe zweyer Glieder so groß, als die Summe zweyer andern Glieder, welche von den Erstern gleichweit abstehen. Oben in der erstern Reihe, ist also $1 + 8 = 9$; $2 + 7 = 9$; $3 + 6 = 9$; $4 + 5 = 9$; desgleichen in der zweyten Reihe: $4 + 16 = 20$; $6 + 14 = 20$; $8 + 12 = 20$ ꝛc. und von dreyen Zahlen einer solchen Progreßion ist die Summe der beyden äussern doppelt so groß, als die mittlere Zahl; z. E. $3 + 5 = 8$; und wenn man diese Summe halbirt, so erhält man die mittlere Zahl 4.

§. 83.

Wenn das erste Glied, die Differenz, und die Anzahl der Glieder, einer arithmetischen Reihe gegeben sind: so findet sich das letzte Glied, wenn die Zahl aller Glieder weniger Eins mit der Differenz multiplicirt und zu dem Produkte des ersten Gliedes addirt oder subtrahirt wird, je nachdem es eine steigende oder fallende Reihe ist. Das erste Glied sey 3; die Differenz 4, und das zehnte Glied soll gefunden werden: so ist dasselbe $10 - 1 . 4 + 3 = 4 . 9 + 3 = 39$.

Umgekehrt findet man das erste Glied, wenn man das letzte Glied für das Erste nimmt; oder die Reihe als eine fallende betrachtet. Das erste Glied ist alsdann $39 - (4 . 9.) = 3$.

§. 84.

§. 84.

Um auch die Summe aller Glieder, einer arithmetischen Progreßion zu finden: so addirt man das letzte Glied zum ersten Gliede, und multiplicirt die Summe, mit der halben Anzahl der Glieder. Ist die Anzahl der Glieder ungerade, daß sie sich nicht halbiren läßt, so multiplicirt man erst, mit der ganzen Anzahl der Glieder und halbirt, zuletzt das Produkt.

Z. B. Von der Reihe 3, 7, 11, — — bis 39, welche aus zehn Gliedern besteht, soll die Summe aller Glieder gefunden werden: so ist $3 + 39 . 5 = 210$; oder $\frac{3+39.10}{2} = \frac{24.10}{2} + 210$.

Der Beweiß ist aus dem vorhergehenden klar. Zum Ueberflusse setze man die Reihe, in verkehrter Ordnung unter sich selbst, und addire je zwey und zwey Glieder: so ist die Summe derselben immer 42,

3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39,
39, 35, 31, 27, 23, 19, 15, 11, 7, 3.

$42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 = 420$

folglich die Summe aller Zahlen, vom ersten bis zum zehnten Gliede $= \frac{420}{2} = 210$.

§. 85.

Die Summe einer geometrischen Reihe hingegen wird gefunden, wenn man das letzte Glied, mit dem Exponenten der Reihe multiplicirt, von dem Produkte das erste Glied abzieht, und die Differenz mit dem Exponenten, weniger Eins, dividirt. Z. B.

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128,

Hier ist der Exponent $= 2$; das letzte Glied $= 128$; und das erste Glied $= 2$; folglich die Summe der ganzen Reihe $= \frac{2.128-2}{1} = 254$.

Desgleichen, von 1, 3, 9, 27, 81, 243, ist die Summe $= \frac{3.243-1}{3-1} = \frac{728}{3-1} = 364$; Oder $243 - 1 = 242$; $\frac{142}{2} = 121$; und $121 + 243 = 364$. Das heißt: Von dem letzten Gliede ziehet man das Erste ab; den Rest dividrit man mit dem um 1 verminderten Exponenten, und addirt dazu das letzte Glied, so erhält man ebenfalls die Summe aller Glieder.

§. 86.

Aus dem ersten Gliede (2) der Anzahl der Glieder (7) und dem Exponenten (2) einer geometrischen Progreßion, wird das letzte Glied gefunden, wenn man den Exponenten so oft mit sich selbst multiplicirt, als Glider weniger Eins, gegeben sind; und hernach das Produkt, mit dem ersten Gliede multiplicirt; als hier $2^{7-1} = 2^6 = 64$; und $64 . 2 = 128$. §. 81.

§. 87.

Aus dem ersten Gliede, dem letztern und der Anzahl der Glieder, findet man den Exponenten; wenn man das letzte Glied durch das erste dividirt, und aus dem Quotienten diejenige Wurzel zieht als Glieder sind, weniger Eins; also

$$\frac{128}{2} = 64; \text{ und } \sqrt[7-1]{} = 2.$$

§. 88.

Aus dem ersten und letzten Gliede und dem Exponenten findet man die Anzahl der Glieder, wenn man das letzte Glied durch das Erste dividirt, aus den Quotienten die Wurzel zieht, welche der Exponent anzeigt, und dazu 1 addirt.

$$\text{letztes Glied} = 128.$$
$$\text{Erstes Glied} = 2$$
$$\frac{128}{2} = 64. \text{ und } \sqrt[2]{64} + 1 = 6 + 1 = 7.$$

Ist

Ist die geometrische Reihe fallend: so kann man sie umkehren, und als eine Steigende behandeln.

Von den Logarithmen.

§. 89.

Bezeichnet man die Glieder einer mit 1 anfangen, den geometrischen Reihe, mit 0, 1, 2, 3, 4, u. s. f. so erhält man eben so viel Potenzen vom 2ten Gliede, welches allemal der Exponent derselben Reihe ist. Z. E. in

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683.
ist $9 = 3^2$; $27 = 3^3$; $81 = 3^4$; $243 = 3^5$; $729 = 3^6$ ꝛc.

und die Zahlen der arithmetischen Reihe, heissen die Logarithmen von den Gliedern der geometrischen Reihe.

Diese Logarithmen haben besondere Eigenschaften:

1) Die Summe zweyer oder mehrerer Logarithmen giebt dem Logarithmen das Produkt, der in einander multiplicirten Glieder, und die Differenz zweyer Logarithmen giebt den Logarithmen des Quotienten, der heraus kommen würde, wenn die Glieder deren Logarithmen sind subtrahirt worden, in einander dividirt werden. Z. E. 243 ist ein Produkt aus den Faktoren 9 und 27, oder 3 und 18, weil die Logarithmen dieser Zahlen: $2 + 3$, und $1 + 4 = 5$ sind; welche 5 auch über 243 steht.

Desgleichen ist 81 der Quotient aus der Zahl 9 in 729. Denn der Logarithme von 729 ist 6; der Logarithme von 9 ist 2; der Logarithme von $\frac{729}{9} = 6 - 2 = 4$; und dessen zugehörige Zahl $= 81$.

2) Um ein gewisses Glied der Reihe, mit Uebergehung der dazwischen liegenden Glieder, zu bestimmen, oder den Exponenten zu einer beliebigen Dignität zu erheben: braucht man nur diejenigen Zahlen zu multipliciren, deren Logarithmen, zur Summe das verlangte Glied, oder die verlangte Dignität haben. Von obiger Reihe soll das 16te Glied oder 3^{15} berechnet werden. Man multiplicire die Zahlen der Logarithmen von 4 + 5 + 6 = 15 nämlich 81. 243. 729 so ist das sechzehnte Glied, oder $3^{15} = 14348907$.

3) Soll hingegen dies gefundene Produkt wieder mit 729 dividirt werden: so giebt der Unterschied der Logarithmen des Dividendus und Divisors, den Logarithmen des Quotienten. Wenn die Reihe aber nicht so weit hinaus reicht: so muß man den gefundenen Unterschied theilen und die Zahlen dieser Theile multipliciren, um den Quotienten zu erhalten. Weil nun in dem gegenwärtigen Falle der Logarithmus des Dividendus 15 und der Logarithmus des Divisors 6 ist: so ist der Quotient entweder die Zahl des Unterschiedes 15 - 6 = 9; oder das Produkt der Zahlen der Logarithmen von 6 und 3; oder von 5 und 4. den $5 \cdot 9 = L\,5 + \log. 4 = \log. 9 + \log. 3 = 19683$.

4) Soll eine Zahl zu einer beliebigen Dignität erhoben werden: so muß man ihren Logarithmen mit der verlangten Dignität multipliciren; das Produkt giebt als dann den Logarithmen der gesuchten Zahl. Z. E. Multiplicirt den Logarithmen 2, mit 2, so ist 4 der Logarithme von $81 = 9^2$. Multiplicirt ferner den Logarithmen 5 mit 3. so ist 15 der Logarithme von $14348907 = 243^3$ (2).

5) Will man aber aus einer Zahl eine verlangte Wurzel ziehen, so braucht man nur ihren Logarithmen mit der verlangten Wurzel zu dividiren und der Logarithme des Quotienten giebt das Verlangte. Z. E. Die Quadratwurzel von 729 findet man unter log. $\frac{6}{2} = 3$, nämlich 27 und die Kubikwurzel von 729 unter log. $\frac{6}{3} = 2$, nämlich 9.

6) Will man endlich den Exponenten einer Zahl finden, oder wissen wie oft eine Zahl mit sich selbst multiplicirt werden müsse um eine andere Zahl hervorzubringen: so muß man den Logarithmen dieser Zahl mit dem Logarithmen jener Zahl dividiren und der Quotient giebt als dann die verlangte Dignität. Z. E. die Zahl 27 muß, um 19683 zu werden $\frac{9}{3} = 3$ mal mit sich selbst multiplicirt werden: da man denn findet daß $27^3 = 19683$ ist.

Anmerkung. Der Logarithme von 1 muß also immer o seyn. Denn da 1 die Zahl, welche damit multiplicirt oder dividirt wird, so wenig vermehrt als vermindert: so muß auch deren Logarithme, den Logarithmen zu welchen er addirt, oder von welchen er subtrahirt wird, nicht vermehrt noch vermindern; er muß also o seyn. Aus eben dem Grunde muß auch der Logarithme eines Bruches weniger als o, das heißt: negativ seyn.

Die Briggischen Logarithmen.

§. 90.

Man sieht aus dem vorhergehenden, daß die Logarithmen auch in der gemeinen Arithmetik mit ausserordentlichen Nutzen gebraucht werden: indem vermittelst derselben, das Multipliciren in Addiren; das Divi-

vidiren in Subtrahiren; die Erhebung einer Zahl zur beliebigen Potenz, in einfaches Multipliciren ihres Logarithmen; und das Ausziehen einer beliebigen Wurzel, in kurzes Dividiren desselben verwandelt wird.

In dieser Hinsicht ist es zwar gleichgültig, was man der geometrischen Reihe für einen Exponenten geben will; was man aber auch für einen annehmen mag: so können theils nicht alle Logarithmen ganze Zahlen seyn, sondern es müssen jedesmal zwischen zwey Zahlen der arithmetischen Reihe, so viel mittlere Proportionalen, als in der geometrischen Reihe fehlen gesucht werden; welche denn nur gebrochene Zahlen seyn können, theils sind nicht alle zum Gebrauch gleich tüchtig, und unter allen logarithmischen Systemen ist nur das Briggische am brauchbarsten und daher allgemein eingeführt. Mylord Napeir (Nepper) war der erste Erfinder der Logarithmen aber Briggs, Professor der Geometrie in Grosham, brachte Neppers Erfindung in Tabellen, und machte sie hernach mit Erlaubniß und Beyfall des Erfinders öffentlich bekannt.

Man hat von diesen künstlichen Zahlen einige Ausgaben, worunter die von Sturm, Vlacx, Wolf, Vega die bekanntesten; die besten und vollständigsten aber in dem Werke: Johann Carl Schulze, neue und erweiterte Sammlung logarithmischer ꝛc. Tafeln, 8. Berlin 1778, und zwar in dem ersten Theile desselben anzutreffen sind. Für diejenigen, welche dergleichen Tafeln nicht besitzen, sind diesem Versuch die Logarithmen für das erste Tausend natürlicher Zahlen, beygefügt worden.

Dieses briggische System unterscheidet sich von den übrigen Systemen dadurch, daß nach folgenden Reihen,

0 1 2 3 4 5
1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, ꝛc

Der Logarithme von 100 ist 2; von 1000 ist 3; von 10000 ist 4 ꝛc. Der Logarithme von 1 ist 0; der Logarithme von $\frac{1}{10}$, oder von 0, 1 ist − 1; der von $\frac{1}{100}$ oder von 0,01 ist − 2 ꝛc.

Ein jeder Logarithme besteht also aus einer ganzen Zahl und einem angehängten Decimalbruch; jene Zahl heißt die Charakteristik, und dieser Bruch Mantissa, oder Zugabe. Als: der Logarithme von 20 ist 1,3010300; wovon 1 die Charakteristik ist, der Logarithme von 2 ist 0,3010300, und hat zur Charakteristik, 0.

§. 91.

Die wichtigen Vortheile, welche dieses System vor allen übrigen hat, werden aus folgende Betrachtungen einleuchten.

1) So oft man einem Logarithmen mit 10, 100, 1000 ꝛc. multipliciren oder dividiren soll, braucht man nur die erste oder die zwey drey ꝛc. ersten Zahlen, entweder zur Charakteristik hinzu zuzählen oder davon abzuschneiden. Dadurch wird nur der Exponent oder die Charakteristik des Logarithmen verändert, ohne auf die Decimaltheile Einfluß zu haben.

2) So lange die Ziffern, woraus eine Zahl zusammen gesetzt ist, dieselben bleiben, so lange bleiben auch die Decimaltheile des Logarithmen dieselben. Z. E.

Der Logarith von 34567,89 sey 4,5384858.
so ist der Log. von 345678,9 = 5,5384858.
und von " " 3456789 = 6,5384858.
desgleichen von 34567890 = 7,5384858.

Auf

Auf der andern Seite ist.

Log. 3456, 789 = 3, 5384858.
' 345, 6789 = 2, 5384858.
' 34, 56789 = 1, 5384858.
' 3, 456789 = 0, 5384858.
' 0, 3436789 = -1, 5384858.
' 0, 03456789 = -2, 5384858.

Der Grund hiervon ist folgender: Wenn die Zahl 34567, 89 mit 10 multiplicirt wird, so ist das Produkt, 345678, 9.

Wenn man daher zu ihrem Logarithmen 4, 5384858.
den log. von 10 addirt. ' 1, 0000000.
so ist der Log. der letztern ' 5, 5384858.

Wird hingegen die Zahl 34567, 89 mit 10 dividirt: so ist der Quotient 3456, 789. zieht man nun von ihrem Logarithmen 4, 5384858.
den log. v. 10. 1, 0000000 ab, so bleibt für
Log. 3456, 789 = 3, 5384858 übrig.

3) Die Charakteristik eines Logarithmen nach dem Briggischen System ist also sehr leicht zu finden. Man wollte z. B. die Kennziffer des Logarithmen von der Zahl 34567, 89 wissen: so bemerke man daß diese Zahl zwischen 10000 und 100000 liegt, daher muß auch ihr Logarithme zwischen 4 und 5 fallen, derselbe muß also 4 nebst einem Decimalbruch seyn. Ferner: die Zahl 0, 03456789 liegt zwischen $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{100}$, das heißt: zwischen 0, 1, und 1, 01; folglich muß auch ihr Logarithme zwischen - 1 und 2 fallen; und daher - 2 nebst einem Decimalbruch seyn.

Die

Die Kennziffer eines Briggischen Logarithmen besteht also um so viel Einheiten, als die Zahl Ziffern hat, weniger Eine.

Besteht aber die gegebene Zahl aus lauter Decimaltheilen, so muß man auf die Anzahl der Nullen acht haben, welche der ersten gültigen Zahl vorhergehn, welche denn die Menge negativer Einheiten bestimmt, woraus die Kennziffer zusammen gesetzt ist. Z. E. die Kennziffer des Logarithmen von der Zahl 34567,89 ist $5 - 1 = 4$; weil die ganze Zahl 34567 aus fünf Ziffern besteht; und die Kennziffer von der Zahl 0,03456789 ist $- 2$; weil der ersten gültigen Ziffer, zwey Nullen vorhergehen.

§. 92.

In dem eben beschriebenen System ist, oder kann jede natürliche Zahl als eine Potenz von 10 und ihr Logarithme, als der Exponent dieser Potenz betrachtet werden. Es sey nämlich 2 der Logarithme von 100: so wird, weil nach dem Briggischen System der Logarithme von 10, 1 ist, der Logarithme von $10^2 = 2$ seyn; daher muß $100 = 10^2$ seyn; weil diese beyden Zahlen, einen und eben denselben Logarithmen haben. Das heißt: jede natürliche Zahl A ist eine solche Potenz von 10, als ihr Logarithme a ausdrückt.

Vorsichtsregeln, beym Gebrauch der Briggischen Logarithmen.

§. 93.

Obgleich die Briggischen Logarithmen, wie schon oben gesagt ist, allen andern wegen ihrer Einfachheit und leichten Behandlungsart, weit vorzuziehn sind: so muß man doch dabey folgende Vorsichtsregeln beobachten.

1) Alles was bey Addition der Logarithmen, von den Decimaltheilen zu den ganzen Zahlen, übergeht, muß als affirmativ betrachtet und zu den ganzen Zahlen, sie mögen affirmativ oder negativ seyn, zugerechnet werden. Als:

zu	− 3	+	7000000
addire man	− 4	+	8000000
so ist die Summe	− 6	+	5000000

denn wenn auch die Summe der beyden Kennziffern − 3 und 4, 7 macht: so wird sie doch, durch die, aus den Decimaltheilen übrig gebliebenen, und hinzugefügten 1, in − 6 verwandelt; weil, wenn von 7 thlr. Schulden 1 thlr. bezahlt wird, nur nach 6 thlr. Schulden (− 6.) übrig bleiben.

2) So oft Logarithmen zu subtrahiren sind: so geschiehet solches bey den Decimaltheilen, auf die gewöhnliche Weise. Ist aber die Kennziffer, welche, oder von welcher, abgezogen werden soll, oder sind beyde Kennziffern, negativ: so muß man dabey auf die Natur dieser Größen Rücksicht nehmen. Als:

von	− 1	+	7600000
soll	− 3	+	8900000 abgezogen werden
so ist der Rest	+ 1	+	8700000.

Wenn bey gleichen Zeichen der Zahlen, der Subtrahendus größer ist als der Minuendus: so subtrahirt man diesen von jenem, und giebt dem Reste des entgegengesetzte Zeichen. Wenn Z. B. − 2 von − 1 abzuziehen, so soll eine Zahl gefunden werden, welche mit − 1 vereinigt − 2 giebt und diese Zahl ist + 1; Gesetzt man hätte 1 thlr. Schulden, und erhält 2 thlr. um diesen 1 thlr.

zu bezahlen: würde man denn nicht nach 1 thlr. (+ 1.) baar übrig behalten?

Haben aber die Zahlen ungleiche Zeichen, so addirt man sie, und giebt der Summe das Zeichen des Minuendus; diese Summe ist alsdenn der gesuchte Unterschied.

Um also in dem obigen Beyspiele 89 von 67 abziehen zu können, mußte bey − 1, Eins geborget werden; diese − 1 wird alsdann − 2; und − 3 von − 2 abgezogen, läßt zur Differenz + 1.

3) Bisweilen ist man genöthiget, einen größern Logarithmen von einem weit kleinern abzuziehn, welches allemal Statt hat, wenn man den Logarithmen eines eigentlichen Bruches sucht; in welchem Falle der Logarithme des Nenners, vom Logarithmen des Zählers subtrahirt werden muß. Man verlangte z. E. den Logarithmen von $\frac{1}{2}$; so muß man vom log. 1 = 0, 0000000
den log. 2 = 0, 3010300, abziehen

so ist log. $\frac{1}{2}$ = − 1, + 6989700,

denn wird bey dieser Subtraktion + 1, wegen der Decimaltheile zu der Charakteristik, von welcher subtrahirt werden soll, addirt, so kommt 1, welche von 0 subtrahirt − 1 läßt.

Man kann auch nur der Kennziffer des Zählers 1 zusetzen und solches bey der Differenz, vermittelst des − Zeichens bemerken. Der Logarithme von $\frac{3}{4}$ würde also seyn:

log. 3 = 1,4771212 − 1.
log. 4 = 0,6020600

log. $\frac{3}{4}$ = 0,8750612 − 1.
oder − 1 + 8750612.

4) Ein Logarithme mit dem — Zeichen, bedeutet allemal einen Bruch. Um den Werth desselben zu finden, sucht man ihn in den Tafeln unter allen Kennziffern auf, bis man ihn am genauesten findet und macht aus dessen Absolutzahl den Zähler eines Bruches, dessen Nenner 1, mit so vielen Nullen ist, als der Zähler Ziffern hat. Den vorhergehenden Logarithmen findet man am genauesten bey der Zahl 7500; $\frac{7500}{10000} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.

Desgleichen: Log. 4 = 1,6020600 — 1.

Log. 5 = 0,6989700

Log. $\frac{4}{5}$ = 0,9030900 — 1.

Dieser Logarithme gehört der Absolutzahl 80, folglich $\frac{80}{100} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

Auch findet sich der Logarithme eines Bruchs wenn man diesen in einen Decimalbruch verwandelt. Als der Logarithme von $\frac{2}{3}$ findet sich entweder, wenn man den Logarithmen von 3, vom Logarithmen von 2 abzieht, oder den Logarithmen des Decimalbruchs = 0,6666667 nimmt, welches eben derselbe als von der ganzen Zahl, 6666667 ist; ausgenommen daß die ganze Zahl zur Kennziffer 6; der Bruch aber zur Kennziffer — 1, hat.

5) Bey der Multiplikation der Logarithmen muß man dieselbe Aufmerksamkeit, wie bey der Addition, (2) verwenden. Z. E. der Logarithme −3+7000000 soll mit 9 multiplicirt werden: so ist das Produkt = −21,3000000. Denn obgleich das Produkt aus −3.9 = −27 ist: so bringt doch die aus den Decimaltheilen entstandene Zahl +6 die −27 auf −21. Das Produkt aus Zahlen mit ungleichen Zeichen wird nämlich negativ; folglich ist −3.+9 = −27; die bey den Decimaltheilen

übrig

übrig gebliebene + 6 dazu addirt (1.), giebt - 27 + 6 = - 21.

6) Wenn ein Logarithme, dessen Kennziffer negativ ist, durch 2, 3, 4 ꝛc. dividirt werden soll, um die zweyte, dritte, vierte ꝛc. Wurzel zu bekommen: so muß man die Kennziffer, um sie ohne Rest dividiren zu können, in zwey Theile, nämlich in einen negativen, welcher dividirt wird, und in einen affirmativen, welcher den Decimaltheilen mit einverleibt wird, verwandeln. Z. E. wenn der Logarithme - 1 + 7000000 halbirt werden sollte: so kann man - 1 den angehängten Decimaltheilen nicht beyfügen, weil dies in ihrer Art ganz verschiedene Größen sind. Man zerlege also die Kennziffer - 1 in zwey Theile, nämlich in - 2 + 1; nehme denn von - 2 die Hälfte, welche - 1 ist, zähle den affirmativen Theil + 1 zu den Decimaltheilen hinzu, und halbire denn + 17, welches + 8 giebt; die Hälfte des gegebenen Logarithmen wird denn seyn = - 1 + 8500000. Wäre die Kennziffer - 3, so könnte man sie in - 4 + 1 zerlegen. Verlangte man ferner vom obigen Logarithmen $\frac{1}{3}$, so würde die Kennziffer in - 3 + 2 zerlegt, davon erstlich von - 3 ein Drittel, welches - 1 ist, hernach aber von + 27 ebenfalls ein Drittel, welches + 9 ist, genommen werden müssen. Wäre die Kennziffer - 2 gewesen, so hätte man sie in - 3 + 1; und wäre sie - 4 gewesen, so hätte man sie in - 6 + 2 zerlegen können.

Von

Von Berechnung der Briggischen Logarithmen.

§. 94.

Die Berechnung der Briggischen Logarithmen ist mit vielen Weitläuftigkeiten verbunden gewesen. Wie die Erfinder dabey zu Werke gegangen sind, kann in Funks Anfangsgründen der Mathematik nachgesehen werden. Jetzt hat man dazu weit leichtere Wege. Herr Abel Börja hat unter andern zwey Methoden, die Logarithmen für alle Systeme auf eine bequeme Art zu finden, im ersten Theile des leipziger Magazins, für reine und angewandte Mathematik, 1786 bekannt gemacht, und solche hernach in seinem selbstlehrenden Algebristen, Berlin 1786, weiter auseinander gesetzt.

Hat man erst eine geringe Anzahl, besonders für Primzahlen berechneter Logarithmen: so kann man durch Addition derselben, sich eine größere Menge verschaffen; folglich erhält man die Logarithmen für größere Zahlen, wenn man die Logarithmen ihrer Faktoren addirt.

Um aber sowol für die Prim- als andere Zahlen die Logarithmen zu finden, kann man folgendergestalt verfahren.

Für eine jede Zahl von 40 bis 1200 den Logarithmen zu finden.

Das um 1 verminderte doppelte Quadrat einer Zahl, zu welcher der Logarithme gesucht wird, verhält sich zu 1, wie 868588963806 zu gewissen Decimaltheilen, welche, wenn denselben vorher so viel Nullen, als die Quadratzahl Ziffern hat, weniger Eine, sind vorgesetzt worden, zu dem Logarithmen das um 1 verminderten einfachen Quadrats der gegebenen Zahl, addirt werden müssen.

Z. E.

Z. E. man verlangt den Logarithmen von 41.

Hier ist $41^2 = 1681$; und $\overline{1681.2} - 1 = 3361$.
folglich: $\frac{86858896\overline{3806}}{3361} = 0,000025843\overline{1705}$

addirt Log. 1680 *)
(2. 21. 40 = 1680) $= 3,22530\overline{93}$.

so ist Log. 1681 $= 3,22556\overline{77}$.
und davon die Hälfte, weil
$1681 = 42^2$; also Log. 41 $= 1.6127839$.

Auf diese Art kann man sämtliche Logarithmen, bis auf zwölf Decimaltheile berechnen.

§. 95.

Dies Verfahren findet bis zur Absolutzahl 1200 statt. Von 1200 an, hat man aber nicht mehr nöthig die gegebenen Zahlen zu quadriren, sondern man nimmt für das doppelte Quadrat bloß die Summe der gegebenen und der nächstvorhergehenden Zahl. Es soll nämlich zu 1201 der Logarithme gesucht werden; so ist die nächst kleinste 1200; folglich $1201 + 1200 = 2401$
und $\frac{8685889}{2401} = 0,0003617\ldots.$

dafür nimmt man $= 0,0003618$
addirt Log. 1200 $= 3,0791812$

so ist Log. 1201 $= 3,0795430$.

Zu der Zahl 101999 soll der Logarithme gefunden werden.

Hier ist $101999 + 101998 = 203997$.
und $\frac{8685889}{203997} = 0,00000043 =$ Log. $\frac{101999}{101998}$.

Nun

*) Weil $1681 = 1680. \frac{1681}{1680}$: so ist auch der Logarithme von 1681 gleich dem Logarithmen von 1680, zu dem Logarithmen von $\frac{1681}{1680}$ addirt.

Nun ist 101998 = 26. 3923. folglich

Log. 26 = 1,4149733.
' 3923 = 3,5936283
Log. $\frac{101999}{101993}$ = 0,0000043

Log. 101999 = 5,0085959.

Da für die Zahl 3923 in den angehängten Tabellen kein Logarithme enthalten ist: so muß man ihn auf eben die Art suchen. Es ist also 3923 + 3922 = 7825.

und $\frac{8685889}{7845}$ = 0,0001107 = log. $\frac{3933}{3942}$.

Nun ist 3922 = 37. 53. 2.

folglich Log. 37 = 1,5682017
' 53 = 1,7242759
' 2 = 0,3010300

Log. 3922 = 0,5935076
' $\frac{3923}{3922}$ = 0,0001107

Log. 3923 = 3,5936183.

So weitläuftig dies Verfahren zu seyn scheint, so ist es doch, wenn man etwa die gegebene Zahl zu einer hohen Potenz erheben sollte, vortheilhafter, erst so ihren Logarithmen zu suchen, und diesen dann mit der verlangten Dignität zu multipliciren, als die Multiplikation mit der Zahl selbst, so oft vorzunehmen.

§. 96.

Das Aufsuchen der Logarithmen in den Tabellen hat keine Schwierigkeit, da neben den Absolutzahlen ihre Logarithmen verzeichnet stehen. Auch zu den Logarithmen ist die Absolutzahl sehr leicht zu finden, nur muß man sie unter der höchsten Kennziffer, die in den Tafeln ist, aufsuchen, weil man sie dort am genauesten findet. In einigen Tafeln sind die Kennziffern,

zu-

zur Ersparung des Raums ausgelassen; man kann sie aber nach §. 91, 3, sehr leicht finden.

Zu einer Zahl, die nicht in den Tafeln enthalten ist, den Logarithmen vermittelst der Tafeln zu finden, verfahre man folgendergestalt:

Es soll zu der Zahl 345678 der Logarithme gefunden werden.

1) Man suche in den Tafeln die ersten vier Ziffern der gegebenen Zahl; 3456. so hat man wenn die Kennziffer verändert wird,
den Logarithmen für 345600 = 5,5385737.

2) Die Decimaltheile dieses Logarithmen ziehe man von den Decimaltheilen des nächstfolgenden, grössern Logarithmen, .5386994 ab, so ist die Differenz 1257.

3) Diese Differenz multiplicire man mit den übrig gebliebenen Zahlen .78, so ist 1257.0,78 = 980, 46.

4) Diese 980 addire man zu den oben bey 1. gefundenen Logarithmen für

345600 = 5,5385737,
980

so ist Log. 345678 = 5,5386717.

Man schließt hier: wie 100 zu 78, so ist der Unterschied der beyden nächsten Logarithmen, nämlich 1257 Zehenmilliontheilchen, zu dem Unterschied des gesuchten Logarithmen, von dem nächst vorhergehenden, das ist, zu 980. Diesen Unterschied muß man also zu dem gefundenen Logarithmen addiren.

§. 97.

Zu einem gegebenen Logarithmen, 5,5386717 die Absolutzahl zu finden.

1) Man suche in den Tafeln unter der höchsten Kennziffer, einen Logarithmen auf, der dem gegebenen am nächsten kommt, und ziehe den gefundenen von dem gegebenen ab.

Gegebener Logarithmen 5,5386717.
der nächst kleinere ist 5,5385737 für 345600.

so ist der Unterschied 980.

2) Man ziehe auch den gefundenen Logarithmen von dem nächst größern ab:

der nächst größere log. = ,5386994 für 3457
gefundener Logarithme = ,5385737 ‘ 3456.

so ist der Unterschied = 1257.

3) Nun sage man:

wie 1257 zu 980, so 100 zu x.

so ist $\frac{980.100}{1257} = 77,9$. wofür man immer 78 nehmen kann.

4) Diese gefundenen 78 werden zur oben gefundenen Zahl addirt: so ist für den gegebenen Logarithmen:

5,5386717 die Zahl 345678.

Vom Gebrauch der Logarithmen.

§. 98.

1) Mit Hülfe der Logarithmen zu multipliciren. Man addirt die Logarithmen der Faktoren; die Summe giebt den Logarithmen des Produkts.

log. 26 = 1,4149733.
43 = 1,6334685.

log. 26. 43 = 1118 = 3,0484418. (§. 89, 1.)

2) Bey der Division wird der Logarithme des Divisors vom Logarithmen des Dividendus abgezogen; der Unterschied giebt den Quotienten.

log. 7744 = 3,8889654.
22 = 1,3424227.

log. $\frac{7744}{22}$ = 1,5465427 = 352. (§. 89, 1.)

3) Um eine Zahl zur beliebigen Potenz zu erheben, wird der Logarithme der gegebenen Zahl, welche die verlangte Potenz anzeigt, multiplicirt. Z. E. es wird verlangt 8^4 so ist

log. = 0,9030900
4 multiplicirt.

3,6123600 = 4096. (§. 89, 4.)

4) Um aus einer Potenz die Wurzel zu ziehen, wird ihr Logarithme mit der Zahl, welche die verlangte Potenz anzeigt, dividirt. Es wird verlangt $\sqrt[4]{4096}$.

log. 4096 = 3,6123600

dividirt mit 4, 0,9030900 = 8 (§. 89, 5.)

5) Ist die Wurzel selbst eine Dignität: so findet man den Exponenten derselben, wenn man den Logarithmen der Wurzel dividirt. Z. E. zu welcher Dignität muß 27 erhoben, oder wie oft 27 mit sich

sich selbst multiplicirt werden, wenn 19683 herauskommen soll?

log. 19683 = 4,2940914. ——— = 3.

log. 27 = 1,4313638.

Also ist 19683 = 27^3. (§. 89, 6.)

Zweite Abtheilung.

Einige Aufgaben aus der Multiplikation.

§. 99.

1) Wie viel Groschen und Pfennige sind in 456 thlr. 20 gl. 6 pf. enthalten?

Antwort: 456. 24 gl. + 20. 12 + 6 pf.

456 (4
1824 (6
10944 + $20\frac{1}{2}$ gl. = $10964\frac{1}{2}$ gl. (12
131574 pf.

2) Wie viel Minuten enthalten 1730 Jahre, 42 Wochen und 3 Tage?

Ein Jahr hat 365 Tage, 6 Stunden und Eine Stunde hat 60 Minuten.

Antwort:

Stunden in Einem Jahre	,	8766.
– in 1730 Jahren	,	15165180.
– in 42 W. 3 Tagen	,	7128.
– überhaupt	, ,	15172308.
Minuten überhaupt	, ,	910338480.

3) Wie viel Quadratfuß enthält ein Feld von 102004 Fuß lang und 102003 Fuß breit?

Antwort.

10404714012 Quadratfuß.

4) Der Fußboden eines Zimmers ist 24 Fuß 4 Zoll breit und 96 Fuß 6 Zoll lang, wie viel Quadratzoll sind in dem Zimmer enthalten?

Antwort.

12. 24 + 4. 12. 96 + 6. = 292. 1158 = 338136 Quadratzoll.

5) Ein Stück Holz von 1 Fuß 2 Zoll dick, 3 Fuß 4 Zoll breit und 5 Fuß 6 Zoll lang, soll in lauter kleine Würfel von einem viertel Zoll zerschnitten werden, wie viel sind deren darinn enthalten?

Antwort:

Machet die gegebene Masse zu Viertel und multiplicirt sie ineinander, so ist 1 Fuß 2 Zoll = 4. 14 = 56; 3 Fuß 4 Zoll = 4. 40 = 160; 5 Fuß 6 Zoll = 4. 66 = 264. Viertel; folglich 56. 160. 264 = 2365440 Würfel.

6) Auf wie viel verschiedene Arten können zwölf Personen an einer Tafel ihre Sitze verändern?

Auflösung:

2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. = 479001600 mal. Denn zwey Personen verwechseln ihre Stelle nur zweymal, kommt die dritte Person hinzu, so ist die Anzahl der Veränderungen 2. 3 = 6 mal; Vier Personen können die Sitze 2. 3. 4 = 24, ꝛc. mal verändern.

7) Auf wie viel verschiedene Arten kann mit vier Würfeln geworfen werden?

Auflösung:

Ein jeder Würfel hat Sechs Seiten, und wenn mit zwey Würfeln geworfen wird: so bezieht sich jede Seite des einen Würfels auf sechs Seiten des andern.

Für zwey Würfel sind daher 6. 6 = 36 verschiedene Arten zu fallen möglich. Kommt der dritte Würfel hinzu, so hat man das Produkt von 36. 6 = 216; und mit Vier Würfeln 216. 6 = also 6. 6. 6. 6. = 1296 Arten.

8) Wie groß ist bey einer Wette: mit vier Würfeln ein Aß zu werfen, die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen?

Auflösung:

Wahrscheinlichkeit ist ein Bruch, dessen Nenner die Menge aller Fälle, der Zähler aber die Menge der vortheilhaften ist. Nach der vorhergehenden Aufgabe können vier Würfel auf $6^4 = 1296$ verschiedene Arten, folglich mit und ohne Aß geworfen werden. Nach einer ähnlichen Berechnung findet man, daß sie ohne Aß auf $5^4 = 625$ Arten; also mit einem Aß auf 1296 - 625 = 671 Arten fallen können; das heißt: unter 1296 Würfen sind höchst wahrscheinlich 671 Würfe mit einem Aß; folglich ist die Wahrscheinlichkeit für den Spieler $\frac{671}{1296}$. und für den Andern $\frac{625}{1296}$; Weil nun 671 größer ist als 625; und jene beyden Brüche sich verhalten (§. 80.) wie 671 zu 625: so steht auch die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen, zu der Wahrscheinlichkeit zu verlieren, in demselben Verhältniß, daß heißt auch: der Spieler kann immer 671 gegen 625 wetten, jedesmal ein Aß zu werfen; denn unter 1296 Würfen wird er wahrscheinlich nichts verlieren.

Ist ferner auf das Werfen eines Asses, so wie auf das Geschehen einer Begebenheit überhaupt ein Preis gesetzt: so ist der Werth der jetzigen Erwartung des Spielers, gleich dem Produkte der Wahrscheinlichkeit in dem Preis; wie der Preis 1 Thlr. so ist der Werth der Erwartung $\frac{671.1}{1296} = 0,51774$, also noch über die Hälfte.

Soll

Soll nun bey einer Wette, so wie bey jedem Spiele, keiner zum Schaden des Andern vervortheilt werden: so muß Gewinn und Einsatz nach der Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, und der Einsatz die Mühe, = 1, muß sich zum Gewinn = x verhalten, wie die Summe der günstigen Fälle für den Spieler = n, zur Summe der widrigen = m. folglich muß der Gewinn $x = \frac{m}{n}$ und der Einsatz $\frac{x.n}{m}$; also in dem vorliegenden Falle, der Gewinn = $\frac{625}{671}$; und der Einsatz = $\frac{625}{671}$. 671 = $\frac{625.671}{671.625}$ = 1. seyn.

Man sehe Florencourts Abhandlungen, aus der juristisch, politischen Rechenkunst. 4. Altenb. 1781.

9) Von zwey Plätzen, ist der Eine ein richtiges Quadrat von 125 Fuß die Seite; der andere aber ist ein längliches Viereck, von 124 Fuß breit und 126 Fuß lang; welches ist der größte von beyden?

Auflösung.

Weil 125. 125 = 15625; 124. 126 hingegen nur = 15624 ist, so ist das richtige Quadrat der größte Platz, und um 1 Fuß größer als das Oblongum.

10) Wie viel Quadratmeilen enthält ein rechteckiger Raum, der 427 Meilen lang und 37 Meilen breit ist?

Antwort.

427. 37 = 15799 Quadratmeilen.

Einige Aufgaben aus der Division.

§. 100.

1) Wie viele Thaler, Groschen und Pfennige machen 6279368 Pfennige?

Auf-

Auflösung.

$\frac{6279368}{288} = 21803\ \frac{104}{288}$ thlr.; $\frac{104}{288}$ thlr.; $=$ $\frac{8.13.3.8}{4.8.9}$ gr. $= \frac{2.13.}{3} = \frac{46}{3} = 8\frac{2}{3}$ gr. 8 pf.. Also 21803 thlr. 8 gr. 8 pf.

2) Ein Darlehn von 1296 Friedrichsd'or wird zu einer Zeit gegeben, da der Friedrichd'or 5 Thlr. 8 gr. gilt, wie viel muß dafür wieder bezahlt werden, wenn der louisd'or 5 Thlr. 6 gr. gilt?

Auflösung.

Der Ueberschuß ist 1296 mal 2gr. 2gr. $= \frac{1}{12}$ Thlr.; dividirt daher $\frac{1296}{12} = 108$ Thlr. diese 108 Thlr. dividirt wieder mit $5\frac{1}{4}$ Thlr., als den Werth des louisd'or bey der Wiederbezahlung: so ist $\frac{108}{5\frac{1}{4}} = \frac{108.4}{21.} = \frac{36.4}{7}$ $= \frac{144}{7} = 20\frac{3}{7}$ louisd'or und $\frac{4}{7}$ louisd'or $= \frac{4.5\frac{1}{4}}{7}$ thlr. $= \frac{4.21}{7.4} = \frac{21}{7} = 3$ Thlr. folglich muß bezahlt werden: 1296 + 20 = 1316 louisd'or. und 3 Thlr.

3) Der Fußboden eines Zimmers, welcher 96 Fuß 6 Zoll lang und 24 Fuß 4 Zoll breit ist, soll getäfelt und jeder Quadratfuß mit 4 gr. Arbeitslohn bezahlt werden; was wird der ganze Fußboden kosten?

Auflösung:

96 Fuß 6 Zoll $=$ 1158 Zoll; und 24 Fuß 4 Zoll $=$ 292 Zoll. 1158. 292 $=$ 338139 Quadratzoll, der $\frac{338136}{144} = 2348$ Quadratfuß und 24 Quadratzoll $= 3338\frac{1}{6}$ Quadratfuß. Dividirt diesen Quadratfuß mit 6, weil 4 gr. $= \frac{1}{6}$ Thlr., so ist der Quotient 391 Thlr. 8 gr. 8 pf.

4) Ein Wasserbehälter ist 36 Zoll tief, 42 Zoll breit, und 72 Zoll lang; wie viel Berliner Kannen, zu 58 Kubikzoll, sind darinn enthalten?

Auf-

Auflösung.

Der körperliche Inhalt ist: 36. 42. 72 = 108864 Kubikzoll: folglich sind darinn enthalten, $\frac{108}{5}\frac{864}{8}$ = 1876$\frac{5}{5}\frac{6}{8}$ Berliner Kannen.

5) Ein Kubikfuß Wasser wiegt 64$\frac{1}{2}$ ℔., die Luft ist 800 mal leichter als Wasser; wie schwer wiegt also ein Kubikfuß Luft?

Ein Pfund hält 16 Unzen; die Unze 8 Drachmen, die Drachme 3 Skrupel, und der Skrupel 20 Gran; folglich ist ein ℔ = 16. 8. 3. 20 = 7680 Gran.

Auflösung:

Ein Kubikfuß Luft wiegt $\frac{64\frac{1}{2}.\ 7680}{800}$ = $\frac{129}{10}\frac{48}{}$ = 619$\frac{1}{5}$ Gran; oder 1 Unze 7 Drachmen 16$\frac{1}{5}$ Gran.

6) Von einem neuen Monde bis zum andern, verstreichen 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten und 3 Sekunden. Ein Julianisches Jahr enthält 365 Tage, 9 Stunden. Wie oft ist in 19 solcher Jahre neuer Mond?

Antwort:

Stunden in einem Mondwechsel			708.
Minuten			42524.
Sekunden			2551443.
Stunden in 19 Jul. Jahren			166554.
Minuten			9993240.
Sekunden			599594400.

Mondwechsel – 235, und 1 St. 28 Min. 15 Sek.

7) In wie viel Zeit können 12 Personen, auf die nur möglichen Arten ihre Plätze verändern, wenn für jede Art drey Sekunden Zeit gelassen wird?

Auf-

Auflösung:

Die Anzahl aller Arten ist (§. 1. No. 6) 479001600.
Die Zeit ist in Sekunden = = 1437004800.
oder in Minuten = = = 23950080.
oder in Stunden = = = 399168.
und also 45 Jahre 27 Wochen 6 Tage 18 Stunden.

8) Es sollen 493 Thlr. 12 gr. unter 4 Kapitäns, 5 Lieutenants und 60 Gemeine dergestalt vertheilt werden, daß ein Lieutenant zweymal so viel als ein Gemeiner, und ein Kapitän dreymal so viel als ein Lieutenant erhält. Wie viel bekommt ein Jeder?

Auflösung:

Wenn ein Gemeiner 1 bekommt: so erhält der Lieutenant 2 und der Kapitän 6; die 493 thlr. 12 gr. müssen daher mit 1. 60 + 2. 5 + 4. 6 = 94 dividirt werden: so erhält man die Portion des Gemeinen 5 Thlr. 6 gr. denn ist 2. 5 Thlr. 6 gr. = 10 Th. 12 gr. für einen Lieutenant, und 3. 10 Thlr. 12 gr. oder 6. 5 Thlr. 6 gr. = 31 Thlr. 12. für einen Kapitän.

Von der einfachen Regel de Tri.

§. 101.

Oben §. 77. ist von der Regel de Tri die nöthige Erklärung gegeben, und auch gezeigt worden, wie zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl gefunden werden könne. Soll aber diese Regel nicht, wie dort bloß auf abstrakte Zahlen, sondern auf besondere Größen angewandt werden: so müssen

a) Von den drey gegebenen Zahlen oder Größen, deren immer zwey von einer Art seyn, und sind sie es nicht, so müssen sie auf einerley Benennung gebracht werden. Ist die übrig bleibende dritte Zahl, auch von einer zusammengesetzten

Be-

Benennung: so bringt man sie ebenfalls auf eine einfache Benennung.

b) Von diesen solchergestalt vorbereiteten Zahlen müssen diejenigen, welche von einer Benennung sind, die erste und zweyte Stelle erhalten; und zu der übrig seyenden dritten Zahl, wird das Verhältniß nach §. 77. gesucht. Nach §. 78. II, ist es aber auch erlaubt, die beyden mittlern Glieder zu verwechseln, daher die Rechner die Frage-Zahl gewöhnlich in die dritte Stelle setzen. Sie haben aber auch eine andere Regel, welche sie die verkehrte Regel de Tri nennen', und nach derselben die vierte Zahl nicht wie §. 77. lehrt, sondern nur auf die Art finden können, wenn sie das Produkt der ersten und zweyten Zahl mit der dritten Zahl dividiren, alsdann ist begreiflich, daß die Verwechselung der mittlern Glieder nicht geschehen darf. Um daher beyde Regeln, sowol die gerade als verkehrte Regel de Tri in eine zu bringen, muß man sich gewöhnen, aus der mathematischen Ordnung der Glieder, das vierte Glied zu entwickeln, und bey jeder Aufgabe die Frage aufwerfen: wird die zu suchende Zahl größer oder kleiner werden, als die dritte? Wird sie größer werden, so muß die Erste Zahl kleiner, wird sie aber kleiner werden, so muß die Erste Zahl größer seyn, als die Zweyte; weil ausserdem, nach §. 74., das Produkt der beyden äussern Glieder einer Proportion, dem Produkte ihrer mittlern Glieder, nicht gleich seyn, folglich unter den Gliedern keine Proportion statt haben würde.

c) Nach §. 74. kann man auch die erste und zweyte, und (nach b) die erste und dritte Zahl, wenn sie ein gemeinschaftliches Maaß haben, (§. 21.)

(§. 21.) gegen einander aufheben und sich dadurch die Rechnung erleichtern.

Aufgabe.

§. 102.

1) Ein Silbergeschirr wiegt 3 ℔. 4 Unzen 5 Drachmen; die Unze kostet 1 thlr. 8 gr., was kostet das ganze Gefäß?

Auflösung:

Hier sind drey Größen, nämlich: 3 ℔. 4 Unzen 5 Drachmen; 1 Unze und 1 thlr. 8 gr. wovon die beyden ersten, als von einer Gattung, auf einerley, und die letztere, auf eine einfachere Benennung gebracht werden müssen. Für eine Unze setzt man daher 8 Drachmen. Für 3 ℔. 4 Unzen 5 Drachmen setzt man: 421 Drachmen und für 1 thlr. 8 gr. = 32 gr. Weil nun die zu suchende vierte Zahl größer werden wird, als die dritte, 32, so muß die erste Zahl auch die kleinste seyn und die Stellung der Aufgabe ist also nach §. 101, b. folgende:

Wie sich verhalten 8 Drachmen zu 421 Drachmen, so verhalten sich 32 gr. zu x.

$$8 : 421 = 32 : x$$

Die 8 wird gegen 32 aufgehoben, so ist

$$1 : 421 = 4 : x.$$

Und weil das dritte Glied den Namen Groschen hat, folglich zum vierten auch nur Groschen kommen, die hernach wieder durch eine Division mit 24 zu Thalern gemacht werden müßten, so kann man diese Division gleich mit anbringen, wenn man setzt:

$$\frac{421 . 4}{4 . 6}$$

und sowol oben, als unten die Zahlen 4, ausstreicht: so bleibt nur $\frac{421}{6}$, oder 421 mit 6 zu dividiren übrig,

welches zum Quotienten $70\frac{1}{6}$ thlr. oder 70 thlr. 4 gr. für den gesuchten Preis giebt.

Die Probe, daß man richtig gerechnet hat, ist nach §. 73. $8 : 412 = 1\frac{1}{3} : 70\frac{1}{6} = \frac{8}{421} = \left(\frac{1\frac{1}{3}}{70\frac{1}{6}} = \frac{4.62}{3.421}\right) = \frac{2.4}{421}$.

Man kann auch die Frage umkehren und sagen: wenn 421 Drachmen $70\frac{1}{6}$ thlr. kosten, was kosten 8 Drachmen? so findet man nach einer kurzen Berechnung $412 : 8 = 70\frac{1}{6}$, (weil $70\frac{1}{6}$ so viel ist als $\frac{421}{6}$) $= \frac{8}{6} \cdot \frac{421}{1} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$ thlr.

Hier sieht man schon, wie vortheilhaft die Zerfällung der Zahlen in Faktoren ist.

2) Da durch die Division oder Multiplikation mit 1 keine Veränderung hervorgebracht wird: so brauchen auch die Glieder einer Aufgabe, deren erste Zahl 1 ist, nur multipliciret, und wenn deren letzte Zahl 1 ist, nur dividirt zu werden.

Beispiele:

1 ℔. kostet 3 gr. was kosten 24 ℔.?

1 ℔. 24 ℔. = 3 gr. 72 gr. = 3 thlr.

1 ℔. kostet 7 thlr. 3 gr. 6 pf., was 36. (§. 9, IX.)

7

252

3 gr. = $\frac{1}{8}$ thlr., $\frac{36}{8}$ = 4 - 12 gr.

6 pf. = $\frac{1}{8.6}$ " " 18 "

257 thlr. 6 gr.

oder: 7 thlr. 3 gr. 6 pf. × 6. 6.

42 thlr. 21 gr.

257 thlr. 6 gr.

Ferner:

Ferner: 24 ℔. kosten 3 thlr. was kostet 1 ℔.?

Antwort: $\frac{3}{24}$ thlr. = 3 gr.

36 ℔. kosten 257 thlr. 6 gr., was kostet 1 ℔.?

Antwort: $\frac{257\frac{1}{4}}{36} = \frac{1029}{36.4.} = \frac{3.343.}{3.12.4.} = \frac{343}{48} =$
$7\frac{7}{48}$ = 7 thlr. + 7 Sechser, oder 3 gl. 6 pf.

1 Centn. kostet 12 thlr. was kostet 1 ℔.?

Antwort: $\frac{12}{110}$ thlr. = $\frac{2.2.3}{2.5.11} = \frac{6}{55}$ thlr. =
$5.\frac{24}{55}$ thlr. = $\frac{144}{55}$ gr. = 2 gr. $\frac{34.12}{55}$ pf. = 2 gr. $7\frac{23}{55}$ pf.

Dergleichen Aufgaben kann man in unendlicher Anzahl selbst machen, und sich darnach üben. Ich gehe zu wichtigern Aufgaben fort.

§. 103.

1) Ein Bote geht täglich 12 Stunden und macht alle 4 Stunden 3 Meilen; wie viel Meilen wird er in 7 Tagen 8 Stunden zurücklegen?

Auflösung:

Wie 4 Stunden zu $7\frac{2}{3}$. 12 Stunden; so 3 Meilen zu den gesuchten: also $\frac{7\frac{2}{3}.12.3}{4} = \frac{23.\cancel{12}.3}{\cancel{3}.\cancel{4}} =$
23. 3 = 69 Meilen.

2) Die vorhergehende Aufgabe etwas verändert: Ein Kurier hat 230 Meilen zu machen; er legt alle 4 Stunden 5 Meilen zurück; wenn wird er an Ort und Stelle sein?

Auflösung:

Wie 5 Meilen zu 230 Meilen, so 4 Stunden zu
s. folglich $\frac{230.4}{5} = \frac{2.5.23.4;}{5.}$ = und weil die zu

suchende Zahl in Stunden besteht, welche mit 24 zu Tagen gemacht werden müssen: so setzet den Divisor $24 = 3.8$, gleich, unten neben der 5, so ist $= \frac{x.23 f.4}{f.3.8.}$ $= \frac{2}{3}^{3} = 7\frac{2}{3}$ Tage, oder 7 Tage 8 Stunden.

3) Was kostet eine Mauer von 1296 Ellen Umfang, wenn die Ruthe zu $5\frac{1}{2}$ Elle, für 1 thlr. 3 gr. 6 pf. ist verdungen worden?

Auflösung:

Wie $5\frac{1}{2}$ Elle zu 1296 Ellen, so 1 thlr. 3 gr. 6 pf. zu x. Nun ist $5\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$; $1296 = 16.9.9.$; und 1 thlr. 3 gr. 6 pf. $= \frac{55}{48}$. Daher $\frac{1296.\ 1\text{ th.}\ 3\text{ gr.}\ 6\text{ pf.}}{5\frac{1}{2}}$ $= \frac{16.9.9.55.2}{16.3.11.}$ folglich $x = 3.9.5.2. = 270$ thlr.

In dem Ausdruck $\frac{16.9.9.55.2}{16.3.11.}$ müssen oben und unten die gleichnamigen Zahlen ausgestrichen und wenn es angeht, die übrigen gegen einander aufgehoben werden.

4) Man kehre das Beyspiel um, und frage nach dem Preise einer Ruthe, so ist die Stellung

$$1296 : 270 = 5\tfrac{1}{2} : x.$$

folglich: $\frac{3.9.5.x.11}{16.9.9.x.}$ $= \frac{5.11}{16.3} = \frac{55}{48} = 1\frac{7}{48}$ thlr. $=$

1 thlr. 3 gr. 6 pf.

5) Oder frägt man weiter, wie viel Ruthen man für 270 thlr. erhalte, wenn Eine 1 thlr. 3 gr. 6 pf. kostet; so ist die Setzung

1 thlr. 3 gr. 6 pf. zu 270 thlr., wie $5\frac{1}{2}$ Elle zu x.

folglich: $\frac{3.9.f.x.11.48}{f.11.x.}$ $= 3.9.48 = 1296$ Ellen.

6) Wie viel Interessen geben 689 thlr. 8 gr. in einen Jahr zu 5 pro Cent?

Auflösung:

$100 : 689\frac{1}{3} = 5 : x$. daher $x = \frac{689\frac{1}{3} \cdot 5}{100} = \frac{2\,0\,6\,8}{3 \cdot 2\,0}$

$= \frac{1\,0\,3\,4}{3 \cdot 1\,0} = \frac{5\,1\,7}{1\,5} = 34\frac{7}{15}$ thlr. oder 34 thlr. $11\frac{1}{5}$ gr oder 34 thlr. 11 gr. $2\frac{2}{5}$ pf.

7) Der Umkreis der Erde ist nach der Angabe der Französischen Akademie 123249600 Königliche Fuß; wie viel beträgt es in Engländschen Meilen?

Auflösung:

1000 K. Fuß machen 1068 Engl. Drey Engl. Fuß machen eine Ruthe; und 1760 Ruthen eine Meile.

Der Ansatz ist: $1000 : 123249600 = 1068 : x$. Wenn das erste Glied erst gegen das zweyte mit Ausstreichung zweyer Nullen, und dann wieder gegen das dritte aufgehoben wird: so sind die zu bearbeitenden Glieder: $\frac{1232496 \cdot 534}{5} = 1316305\,73$ Engl. Fuß; oder mit 3 dividirt 43876857 Ruthen 2 Fuß; oder mit 1760 dividirt, 24920 Meilen 57 Ruthen 2 Fuß Engländisch.

8) Der Schall durchläuft in einer Sekunde 1142 Fuß, wie viel Zeit wird derselbe nöthig haben, um nach der vorhergehenden Aufgabe, von einem Pole bis zum andern zu gelangen?

Auflösung:

$\frac{1316305\,73}{1124} = 115263$ Sekunden oder $\frac{115263}{60}$ $= 1921$ Min. 3 Sek.; oder $\frac{1921}{60} = 32$ Stunden 1 Minute, 3 Sekunden.

9) Die Bahn der Erde sey ein Kreis, dessen Halbmesser 23430 Erdmesser ist, jeden zu $859\frac{1}{2}$ deutschen Meilen gerechnet; wie groß ist die Bahn?

Auf-

Auflösung:

Der Umkreis eines Zirkels verhält sich zu seinem Durchmesser wie 314 zu 100; und man findet den ersten, wenn man den letztern mit 314 multiplicirt, und das Product mit 100 dividirt. Man multiplicire daher die gegebenen Halbmesser mit 2, so bekommt man die Durchmesser 46860, welche mit 314 multiplicirt, 14714040, und wenn von diesen, durch die Division mit 100, die beyden letzten Zahlen 40 abgeschnitten werden, 147140 Erdhalbmesser zum Quotienten geben. Nun ist 1 Erdhalbmesser $859\frac{1}{2}$ Meile; man multiplicire daher (§. 41.) 147140 mit 859,5: so ist das Produkt 126466830,0 Meilen.

10) Die Erde durchläuft ihre Bahn in $365\frac{1}{4}$ Tage, welches ein Sonnenjahr genannt wird, wir viel Meilen macht sie daher in einer Sekunde?

Auflösung:

$365\frac{1}{4}$. 24 = 8766 Stunden. Man dividire daher: $\frac{126466830}{8766.}$ = so kommen für jede Stunde 14428, oder wenn man den Rest für ein Ganzes annimmt, 14429 Meilen; und diese wieder mit 60. 60 Sekunden, einer Stunde dividirt, so kommen für eine Sekunde $4\frac{28}{3600}$ Meilen.

11) Eine Kanonenkugel fliegt in 1 Sekunde 600 Fuß; wie verhält sich (nach 9 und 10.) die Geschwindigkeit derselben, wenn 2400 Fuß auf eine Meile gerechnet werden, gegen die Geschwindigkeit der Bewegung der Erde in ihrer Bahn?

Auflösung:

Wie 600 zu 4. 24000, oder wie 6, zu 960 d. i. wie $\frac{6}{960}$ = 1 zu 160; d. i. die Bewegung der Erde ist 160mal geschwinder, als die Bewegung einer Kanonenkugel.

J. S. T. Gehlers physikalisches Wörterbuch. Art. Erdkugel.

12)

12) In wie viel Zeit wird eine Röhre, welche 16 Berliner Kannen in 2 Minuten 34 Sekunden durchläßt, einen Wasserbehälter füllen, der 36 Zoll tief, 42 Zoll breit und 72 Zoll lang ist? §. 100, 4.

Auflösung:

Eine Berliner Kanne hält 58 Kubikzoll, folglich 16 Berl. Kannen = 928 Kubikzoll. Der Kubische Inhalt des Wassersbehälters ist = 36. 42. 72. = 108864 Kubikzoll; und 2 Minuten 34 Sekunden sind = 154 Sekunden. Der Ansatz ist daher:

928 : 154 = 108864 : x.

daher 108864. (154 = 2. 7. 11.)

(7
762048
(11
8382528
(2
16765056.

und $\frac{16765056}{928} = 18065\frac{23}{29}$ Sekunden; oder $\frac{18065}{60}$ = 301 Minute + 5 Sek.; oder $\frac{301}{60} = 5$ Stunden 1 Minute; also überhaupt in 5 Stunden, 1 Minute, $5\frac{23}{29}$ Sekunden.

13) Eine Mauer von 6 Fuß dick, 9 Fuß hoch, 432 Fuß lang, kostet 720 thlr.; was kostet eine andere Mauer von 12 Fuß dick, 18 Fuß hoch und 576 Fuß lang.

Auflösung:

Wie sich die beyden Mauern gegen einander verhalten, so verhalten sich die dafür zu bezahlenden Summen. Nun ist $432 = 2^4 . 3^3$; und $576 = 2^6 . 3^2$; folglich verhält sich die

Erste Mauer $= \frac{6 . 9 . x^4 . z^3}{}$ $= \frac{9}{12} x$; wie 9 zu 48

zur zweyten $= 12 . 18 . x^6 . z^2$ $= 3 : 16$;

2^2.

daher $3 : 16 = 720$ thlr. x. folglich $x = \frac{16 . 8 : 90 .}{3} = 16 . 8 . 30 = 3840$ thlr.

14)

14) Ein Thurm wirft auf ebener Erde einen Schatten von 57 Ruthen, in dem Augenblick, da ein senkrechter Stock von 4 Fuß, einen Schatten von 5 Fuß 6 Zoll von sich wirft; wie hoch ist der Thurm?

Auflösung:

Wie sich die Schatten zu einander verhalten, so verhalten sich die Maasse; hier also:

wie 5 Fuß 6 Zoll zu 57 Ruthen, so 4 Fuß zu x der zu suchenden Höhe.

5 Fuß 6 Zoll sind 66. = 6. 11 Zoll; und 57 Ruthen sind = 57. 12. 12 Zoll; und 4 Fuß sind = 4. 12 = 48 Zoll.

Daher $x = \frac{57 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 12}{6 \cdot 11} = \frac{57 \cdot 12 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 12}{11} = \frac{57 \cdot xx \cdot 2 \cdot 4 \cdot xx}{11 \cdot xx \cdot xx} = \frac{57\,2\,4}{11} = \frac{456}{11} = 41\frac{5}{11}$ Ruthen;

oder 41 Ruthen 5 Fuß $5\frac{5}{11}$ Zoll.

15) Zu 10000 thlr. Kontribution muß eine gewisse Stadt 500 thlr. geben; wie viel würde sie zu 37000 thlr. geben müssen?

Auflösung:

10000 : 37000 = 500 : x. also $x = \frac{37000 \cdot 500}{10000} = 37 \cdot 50 = 1850$ thlr.

16) Was kosten 260 Ellen Tuch, wenn 52 Ellen 44 thlr. 8 gr. 6 pf. kosten?

Auflösung:

Weil 260 = 5. 52; so ist der Preis für die

260 Ellen = $\frac{5 \cdot xx \;\; 44 \text{ thlr. } 8 \text{ gr. } 6 \text{ pf.}}{xx.} = 5.\; 44$ thlr.

8 gr. 6 pf. = 221 thlr. 18 gr. 6 pf.

17)

17) Zwey Boten treten eine Reise zu gleicher Zeit an, der eine geht täglich 8, der andere 6 Meilen; wie weit sind sie in 9 Tagen von einander entfernt?

Auflösung:

Wie 1 Tag zu 9 Tage, so 8 Meilen zu $\frac{9 \cdot 8}{1} =$ 72 Meilen des ersten Boten; ferner wie 1 Tag zu 9 Tage, so 6 Meilen zu $\frac{9 \cdot 6}{1} = 54$ Meilen des zweyten Boten; sie sind also am 9ten Tage 72 – 54 = 18 Meilen von einander entfernt. Die Tagereisen gehen in arithmetischer Progreßion fort, (§. 81.) wovon das 9te Glied für den ersten Boten = 8. 9 = 72; und für den zweyten Boten = 6. 9 = 54 ist; folglich sind sie am 9ten Tage 72 – 54 = 18 Meilen von einander entfernt.

18) Ein Läufer läuft in 7 Stunden 4 Meilen, ein anderer in 9 Stunden 5 Meilen; welcher von beyden läuft am geschwindesten?

Auflösung:

Man sucht, wie viel Zeit jeder zu einer Meile braucht; daher 4 Meilen zu 1 Meile, so 7 Stunden zu $\frac{7}{4}$ Stunden oder $\frac{7 \cdot 60}{4} =$ 105 Minuten; für den ersten, und wie 5 zu 1, so 9 zu $\frac{9}{5}$ Stunden, oder $\frac{9 \cdot 60}{5} =$ 108 Minuten; für den andern. Jener ist also in den Verhältniß wie $\frac{105}{108} = \frac{35}{36}$, geschwinder als dieser. Oder ihre Geschwindigkeiten verhalten sich wie $\frac{7}{4} : \frac{9}{5} = \frac{35}{20} : \frac{36}{20} = 35 : 36$.

19) Ein Bote geht täglich 6 Meilen; ein anderer folgt ihm nach 4 Tagen und geht täglich 8 Meilen, wenn und wo wird dieser jenen einholen?

Auflösung:

Wie sich die Differenz beyder Tagereisen zu der Tagereise des ersten Boten verhält, so verhält sich die Zeit, welche der erste vor dem letztern voraus hat, zu der gesuchten; folglich

8–6:

$$8-6:6 = 4:\frac{6\cdot 4}{8-6} = \frac{24}{2} = 12 \text{ Tage.}$$

In 12 Tagen wird der zweyte den ersten Boten erreichen, da sie beyde, der erste $(12+4).6 =$ und der letztere $12.8 = 96$ Meilen werden gemacht haben.

20) Ein Kourier welcher täglich 10 Meilen zurücklegt, und schon $1\frac{1}{2}$ Tag fort ist, soll zurückgeholt werden, ehe er 60 Meilen gemacht hat; wie viel Meilen wird der ihm nachreitende täglich machen müssen, um ihn zu erreichen?

Auflösung:

Der erste braucht, um 60 Meilen zu beendigen, 6 Tage; also wie sich die Differenz dieser 6 Tage, und der Zeit seiner Abwesenheit, da er wieder eingeholt werden soll $(1\frac{1}{2})$, zu dieser letztern $(1\frac{1}{2}:)$ verhält: so verhält sich seine Tagereise $(:10)$ zu den gesuchten täglichen Meilen; oder zu der Tagereise des ihm nacheilenden. Also

$$6-1\tfrac{1}{2}:1\tfrac{1}{2} = 10:= \frac{1\frac{1}{2}\cdot 10}{4\frac{1}{2}} = \frac{3\cdot 10}{9} = 3\tfrac{1}{3} \text{ Meilen,}$$

welche der zweyte Kourier täglich mehr, als der erste machen muß, um diesen einzuholen. Er muß also am ersten halben Tage $6\frac{2}{3}$ Meilen, die übrigen 4 Tage aber immer $13\frac{1}{3}$ Meilen zurücklegen, um jenen mit Ende der 60sten Meile zu erreichen.

21) Zwey Städte A und B sind 154 Meilen von einander entfernt; von einer jeden geht zu gleicher Zeit ein Bote nach der andern. Der eine macht alle 2 Stunden 3 Meilen, und der ander alle 4 Stunden 5 Meilen; wo und wann werden sie sich begegnen?

Auflösung:

Hier muß die Zahl 154 in zwey Theile getheilt werden, die sich zu einander verhalten, wie die Tagereisen

sen der beyden Boten, nämlich wie $\frac{2}{3}$ zu $\frac{4}{5}$ oder $\frac{10}{15} : \frac{12}{15}$ = 10 zu 12. Man dividirt daher die gegebene Zahl 154 mit 10 + 12, als der Summe der beyden Verhältnißglieder, und multiplicirt dann das Produkt 7 erst mit 10, hernach mit 12.; so erhält man 10. 7 = 70, und 12. 7 = 84; so sind 70 und 84 die beyden gesuchten Zahlen, in Meilen. Denn der erste Bote geht in 2 Stunden 3 Meilen; er bedarf folglich zu 84 Meilen $\frac{84 \cdot 2}{3}$ = 56 Stunden; und der andere Bote geht in 4 Stunden 5 Meilen, und hat in 70 Stunden ebenfalls in $\frac{70 \cdot 4}{5}$ = 56 Meilen beendiget.

Dies Verfahren gründet sich auf die Proportion in III. §. 78. Es ist aber nicht gerade nothwendig, zuerst zu dividiren; man kann völlig nach §. 77. verfahren.

22) Eine Mark 15 löthiges Gold kostet $44\frac{1}{2}$ Guineen, zu 7 thlr. 6 gr. Sächsis.; was kostet die Mark fein?

Auflösung:

Wie 15 zu 16, so $44\frac{1}{2}$ Guineen zu $7\frac{1}{4}$ thlr., zu x. so ist $x = \frac{16 \cdot 44\frac{1}{2} \cdot 7\frac{1}{4}}{15} = \frac{16 \cdot 89 \cdot 29}{15 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 89 \cdot 29}{15}$ = $\frac{5162}{15} = 344$ thlr. 3 gr. $2\frac{2}{5}$ pf.

23) Zu einem gewissen Unternehmen giebt A. 372 thlr. und B. 511 thlr. 12 gr. Es werden 114 thlr. damit gewonnen; wie viel ist der Antheil eines jeden am Gewinn?

Auflösung:

Die gemeinschaftliche Einlage ist $372 + 511\frac{1}{2} = 883\frac{1}{2}$ thlr., folglich

wie $883\frac{1}{2}$ zu 114, so 372 zu $\frac{114 \cdot 372}{883\frac{1}{2}} = \frac{114 \cdot 372 \cdot 2}{1767}$.

$= \frac{2 \cdot 3 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 31 \cdot 2}{3 \cdot 19 \cdot 31} = 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 48$ Gewinn

Gewinn für A; folglich ist der Gewinn des B. = 114 - 48 = 66 thlr.

24) Zu einem gewissen Geschäfte giebt A. 496 thlr. auf 2 Monat, und B. 620 thlr. auf 3 Monat; es werden 658 thlr. gewonnen; wie viel erhält jeder?

Auflösung:

Der Gewinn solcher Gelder wird wie bey den Zinsen, durch die Zeit bestimmt. Wer daher eine gewisse Summe auf 2 Monate hergiebt, hat eben das Recht an den Gewinn, als ein anderer, welcher das doppelte der Summe auf 1 Monat hergegeben hat. Es gewinnen also 496 thlr. auf 2 Monat so viel, als 2. 496 = 992 thlr. auf 1 Monat, und 620 thlr. auf 3 Monat so viel, als 3. 620 = 1860 auf 1 Monat. Nach diesen Voraussetzungen kann man also sagen: Wie die Einlage 994 + 1860 = 2852, = 4. 23. 31 zu der Einlage A = 992 = 4. 8. 31; so ist der Gewinn = 658 zum Antheil des A; = $\frac{4 \cdot 8 \; 31 \cdot 658}{4 \cdot 23 \cdot 31}$ = $\frac{8 \cdot 658}{23}$ = $\frac{5264}{23}$ = 228 thlr. 20 gr. $10\frac{10}{23}$ pf.: folglich ist der Antheil des B = 658 thlr. - 228 thlr. 20 gr. $10\frac{10}{23}$ pf. = 429 thlr. 3 gr. $1\frac{13}{23}$ pf. Denn 228 thlr. 20 gr. $10\frac{10}{23}$ pf. + 429 thlr. 3 gr. $1\frac{13}{23}$ pf. = 658 thlr.

§. 104.

Fortsetzung.

25) Wenn 12 Menschen mit einer gewissen Quantität Mundvorrath 15 Tage reichen; wie lange werden 20 Menschen daran genug haben?

Auflösung:

Diese Aufgabe gehört zur sogenannten verkehrten Regel de Tri §. 101, b. Nach der a. a. O. gegebenen Vorschrift, ist daher der Ansatz:

wie 20 : zu 12, so 15 zu $\frac{3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 4}$ = 9 Tage.

26)

26) Es giebt mir Jemand 372 thlr. auf 7 Jahr 8 Monat, auf wie lange muß ich ihm dagegen 496 thlr. leihen?

Auflösung:

Begreiflich auf eine geringere Zeit, daher

496 thlr. zu 372, wie $7\frac{8}{12}$ Mon. zu x.

$$x = \frac{4.3.3x.4.23}{xx.16.3x.} = \frac{4.23}{16.4} = \frac{23}{4} = 5\frac{3}{4} \text{ Jahr.}$$

27) Eine viereckige Röhre von 4 Zoll 5 Linien die Seite, läßt eine gewisse Menge Wassers in einer Stunde laufen; in wie viel Zeit wird solches eine andere Röhre von 1 Zoll 2 Linien verrichten?

Auflösung:

Das Mundloch einer viereckigen Röhre von 2 Zoll 5 Linien hat 53^2 Linien, und das Mundloch einer andern von 1 Zoll 2 Linien, hat 14^2 Linien; also wie $196 = 14^2$ zu $2809 = 53^2$; so 1 Stunde zu $x = 14°, 19', 54$ Sekunden.

28) Wenn 3 Männer oder 4 Weiber, eine gewisse Arbeit in 56 Tagen verrichten; in wie viel Zeit wird 1 Mann und 1 Frau damit fertig werden?

Auflösung:

Hier sind 3 Männer, 4 Frauen gegeben, man muß also eine Zahl suchen, die sich mit 3 und 4 ohne Rest theilen läßt; und diese ist das Produkt aus den Zahlen selbst $3.4 = 12$. Jetzt sehet 3 Mann oder 4 Frauen, als 12 Knaben an, so ist 1 Mann so viel als 4 Knaben, und eine Frau so viel als 3 Knaben; folglich sind 1 Mann und 1 Frau so viel als 7 Knaben; daher:

wie 7 zu 12. so 56 zu $x = \frac{12.56}{7} = 96$ Tage.

29) Eine Stadt ist auf 6 Monat mit Brodt versehen, wenn die Person täglich 2 ℔. bekömmt; wie viel wird jeder bekommen, wenn sie sich 8 Monat damit behelfen soll?

Auflösung:

Wie 8 zu 6; so 2 ℔ zu $x = \frac{6}{4} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$ ℔.

30) Es kauft jemand ein Schiff voll Heu, das 100 Centner hält, für einen gewissen Preis und verkauft den Centner zu 10 gr. Wie hoch wird er den Centner verkaufen können, wenn das Schiff 120 Centner hält?

Auflösung:

Wie 120 zu 100; so 10 zu $x = \frac{100.10}{120} = \frac{x.50}{x.6}$ $= \frac{50}{6} = 8\frac{2}{6} = 8$ gr. 4 pf.

31) Eine Quantität Garn giebt 110 Ellen Leinewand $\frac{6}{4}$ breit; wie viel $\frac{8}{4}$ breite Ellen würde herauskommen?

Auflösung:

(§. 79.) 8 : 6 : = 110 : x.; $x = \frac{2.3.110}{2.4} =$ $\frac{330}{4} = 82\frac{1}{2}$ Elle.

32) Eine Stube mit Tapeten zu belegen, werden 20 Ellen erfordert, von $\frac{3}{4}$ Ellen Breite; wie viel braucht man dazu $\frac{9}{4}$ Ellen Breite?

Auflösung:

$9:3 = 20 : x$; $x = \frac{3.20}{9} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ Ellen.

33) Ein Fuhrmann will für ein gewisses Geld einen Kasten von 8 Centner, 30 Meilen mitnehmen; wie weit müßte er für eben so viel Geld 16 Centner mitnehmen?

Auflösung:

16 Cent. 8 Cent. oder 2 : 1 = 30 : x; $x = \frac{30}{2} =$ 15 Meilen.

34) Was kosten 3 Wispel gestrichenes Maaß, wenn 3 Wispel gehäuftes Maaß 75 thlr. kosten, in der Voraussetzung, daß 4 Metzen gehäuftes = 5 Metzen gestrichenes?

Auflösung:

Die drey Wispel kommen bey der Ausrechnung nicht in Betrachtung, sondern nur die Verhältnißzahlen der Metzen. Wie daher

5 zu 4; so 75 zu x; und $x = \frac{4 . 5 . 25}{5} = 4 . 25 = 60$ thlr.

35) Sechs Arbeiter können eine Arbeit in 14 Tage beendigen; wie viel Mann gehören dazu, sie in 4 Tagen fertig zu machen?

Auflösung:

$4 : 14 = 6 : x = \frac{z . 7 . 6}{z . 2} = \frac{42}{2} = 21$ Mann,

wenn sie sich einander nicht hindern.

36) Von 8 Viertel breiten Tuche, braucht man $4\frac{1}{2}$ Elle zum Kleide, wie viel, wenn das Tuch $\frac{10}{4}$ breit ist?

Auflösung:

$10 : 8 = 4\frac{1}{2} : x$; $x = \frac{2 . 4 . 9}{z . z . 5} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$ Elle.

37) Ein Kleid, wozu 5 Ellen $\frac{10}{4}$ breites Tuch gehören, soll mit Taffent $\frac{7}{8}$ Elle breit gefüttert werden; wie viel wird man dazu gebrauchen?

Auflösung:

$\frac{7}{8} : \frac{10}{4} = \frac{28}{32} : \frac{80}{32} = 7 : 20 = 5 : x$; und $x = \frac{100}{7} = 14\frac{2}{7}$. Man muß sich aber gefallen lassen, daß das Unterfutter gestickt wird.

38) Wenn der Wispel Rocken 20 thlr. kostet: so wiegt ein Brodt für 2 gr. $6\frac{1}{4}$ lb.; wie schwer würde es seyn müssen, wenn der Rocken 24 thlr. gilt?

Auflösung:

Wie 24 zu 20, oder wie 6 zu 5, so $6\frac{1}{4}$ zu x;

und $x = \frac{5 \cdot 6\frac{1}{4}}{6} = \frac{5 \cdot 25}{6 \cdot 4} = \frac{125}{24} = 5\frac{5}{24}$ lb. = 5 lb. $6\frac{2}{3}$ loth.

Nach der Billigkeit aber muß das Brodt bey erhöheten Kornpreisen mehr wiegen, als nach der Berechnung herausgebracht wird; weil die Erfordernisse des Bäckers zum Brodtbacken, als Holz, Gesindelohn ꝛc. nicht aufgeschlagen sind, und er jetzt auch nicht mehr Zeit braucht, als sonst. Eben so auch bey erniedrigten Kornpreisen; weil der Bäcker seine Bedürfnisse nicht wohlfeiler erhält.

39) Huygens hat gefunden, daß ein Pendel, welcher in einer Sekunde eine Schwingung macht, 3 Fuß $8\frac{1}{2}$ Linie Pariser Maaß lang seyn muß. Wie viel beträgt das nach Rheinländischen Maaß?

Auflösung:

Eine Linie ist der zwölfte Theil eines Zolles, wovon 12 einen Fuß ausmachen; und das Verhältniß des Pariser Fußes zum Rheinländischen ist 14400 zu 13913, das heißt: solcher Theile, wovon 14400 auf einen Pariser Fuß gehen, gehen nur 13913 auf einem Rheinländschen. Der Pariser Fuß ist also größer als der Rheinländsche; die gesuchte Länge muß daher auch grösser werden, als die gegebene; folglich muß auch die kleinste der gegebenen Verhältnißzahlen (§. 101, b.) die erste Stelle der Proportion einnehmen. Man setze daher, weil 3 Fuß $8\frac{1}{2}$ Linie = 881 halbe Linie.

$$13913 : 14400 = 881 : x,$$

und $x = \frac{14400 \cdot 881}{13913} = 911$ halbe, und $\frac{11657}{13913}$ einer halben Linie;

oder

oder in Decimalen (§. 43.) = 911,837848 halbe = 455,918924 ganze Linien = 37,993243 Zoll = 3,166103 Fuß = 3 Fuß 1 Zoll 11,91 Linien.

Von zusammengesetzten Verhältnissen.

§. 105.

Alles was geschiehet, ist die Folge einer vorhergegangenen Ursach, und während sich jene äussert, muß ein gewisser Zeitraum verstreichen. Allgemein sagt man: eine gewisse Ursach hat in einer bestimmten Zeit, eine gewisse Wirkung hervorgebracht. So sind Kapitale, Arbeiter, Maaße, Gewichte ꝛc. eben so viel Ursachen zu Zinsen, Werken und Preisen, die in gewissen Zeiten erhoben, vollendet und bezahlt werden, oder jene Ursachen haben diese Dinge zur Folge. Unter ihnen findet auch ein gewisses Verhältniß statt, und wenn einige derselben in Zahlen angegeben sind, so können die übrigen, vermittelst der Rechenkunst daraus bestimmt werden.

Man merke sich daher folgende allgemeine Sätze:

1) Die Ursachen verhalten sich, wie die Wirkungen mit den Zeiten dividirt.

2) Die Zeiten verhalten sich, wie die Wirkungen mit den Ursachen dividirt.

3) Die Wirkung ist das Produkt aus der Zeit in die Ursach; und Wirkungen verhalten sich daher, wie die Produkte aus den Zeiten in die Ursachen.

4) Die Ursachen verhalten sich bey gleichen Zeiten wie die Wirkungen; bey gleichen Wirkungen wie die Zeiten, und umgekehrt.

§. 106.

Bey Entwickelung der zusammengesetzten Verhältnisse, muß man die nahen und entfernten Begriffe von Ursach, Zeit und Wirkung, wohl auseinander setzen; alsdenn kann das Gesuchte nach §. 105, vermittelst der Regel de Tri leicht gefunden werden. Folgendes Beispiel mag zur Erläuterung dienen.

2 Mann verdienen in 3 Tagen 4 thlr., wie viel verdienen 5 Mann in 6 Tagen?

Hier sind 2 Mann und 5 Mann die Ursachen, daß in den Zeiten 3 Tagen und 5 Tagen, 4 thlr. und x thlr. verdient werden; die letztern Gewinne sind also Folgen, jener Ursachen, in den gegebenen Zeiten. Aus den bekannten Ursachen, Zeiten, und der einen gegebenen Folge oder Wirkung, soll die andere noch unbekannte Wirkung gefunden werden.

Nach §. 105, 3. verhalten sich die Wirkungen, wie die Produkte aus den Zeiten in die Ursachen. Das Exempel ist:

wenn 2 Mann 3 Tage 4 thlr. so 5 Mann 6 Tage x thlr.

Folglich verhalten sich $2.3 : 5.6 = 4 : x$.

und $x = \frac{5.6.}{2.3.}4 = 20$ thlr.

Ferner: Wenn 2 Mann in 3 Tagen 4 thlr. verdienen, wie viel Tage werden 5 Mann für 20 thlr. arbeiten müssen?

Hier wird die Zeit gesucht. Die Zeiten aber verhalten sich wie die Wirkungen mit den Ursachen dividirt,

Das Exempel ist:
2 Mann 3 Tage 4 thlr. so 5 Mann x Tage 20 thlr.

folglich verhalten sich: $\frac{4}{2} : \frac{20}{5} = 3 : x$.

und $x = \frac{\frac{20}{5} \cdot 3 \cdot}{\frac{4}{2}} = \frac{20 \cdot \frac{3}{5} \cdot 2}{4} = 6$ Tage.

Endlich, wenn 2 Mann in 3 Tagen verdienen 4 thlr. wie viel Mann müssen angestellt werden, damit sie in 6 Tagen 20 thlr. verdienen?

Hier wird die Ursach gesucht: die Ursachen aber verhalten sich, wie die Wirkungen mit den Zeiten dividirt.

Das Exempel ist:
2 Mann 3 Tage 4 thlr.: so x Mann 6 Tage 20 thlr.

folglich wie $\frac{4}{3} : \frac{20}{6} = 2 : x$.

und $x = \frac{\frac{20}{6} \cdot 2}{\frac{4}{3}} = \frac{\overset{5}{\cancel{20}} \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot \overset{6}{\cancel{6}}_{2}} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$ Mann.

§. 107.

Der erste Ansatz des Exempels soll bleiben:
Nemlich 2 Mann 3 Tage 4 thlr.; wie viel thlr. 5 Mann in 6 Tagen.

so kann ich sagen:
1) 2 M. verdienen in 3 T. so viel als 1 M. in 2. 3 = 6 T.
und 5 " " " 6 " " 1 " in 5. 6 = 30 T.

Nach §. 105. 4, verhalten sich die Wirkungen bey gleichen Ursachen, wie die Zeiten; folglich verhalten sich

2. 3 Tage zu 5. 6 Tagen, wie 4 thlr. zu x;

und $x = \frac{5.6.4}{2.3.} = 20$ thlr.

2) 2 M. verdienen so viel in 3 T. als $2.3 = 6$ M. in 1 T.
und 5 ' ' ' ' 6 ' ' $5.6 = 30$ ' ' 1 T.

Nun ist der vorige Satz umgekehrt: die Wirkungen verhalten sich bey gleichen Zeiten, wie die Ursachen; daher: wie 6 Mann zu 30 Mann, so 4 thlr.: x thlr.

folglich $x = \frac{30.4}{6} = 20$ thlr.

Ferner: Wenn 2 Mann in 3 Tagen 4 thlr. verdienen; wie viel Tage werden 5 Mann für 20 thlr. arbeiten müssen?

1) 2 M. verd. 4 thlr. in so viel T. als 10 M. 20 thlr.
5 ' ' 20 ' ' ' ' 10 ' 40 thlr.

Es verhalten sich aber die Zeiten, bey gleichen Ursachen, wie die Wirkungen, folglich:

20 zu 40 wie 3 zu x,

und $x = \frac{40.3}{20} = 6$ Tage.

2) 2 Mann verdienen 4 thlr. in so viel Tagen, als 80 thlr. von 40 Mann verdienet werden.
5 Mann verdienen 20 thlr. in so viel Tagen, als 80 thlr. von 20 Mann verdienet werden.

Die Zeiten verhalten sich, bey gleichen Wirkungen, wie die Ursachen, folglich:

$20 : 40 = 3 : x$,

und $x = \frac{40.3}{20} = 6$ Tage, wie vorher.

Endlich: Wenn 2 Mann in 3 Tagen 4 thlr. verdienen; wie viel Mann müssen angestellt werden, um in 6 Tagen 20 thlr. zu erhalten?

2) 4 thlr. auf 3 Tage ist eben so viel als 4. 20 = 80 thlr.
auf 3. 20 = 60 Tage.
20 thlr. auf 6 Tage ist eben so viel als 4. 20 = 80 thlr.
auf 4. 6 = 24 Tage.

Die Ursachen verhalten sich bey gleichen Wirkungen, wie die Zeiten, folglich

$24 : 60 = 2 : x$, und $x = \frac{60 \cdot 2}{24} = \frac{60}{12} = 5$ Mann.

2) Wenn in 3 Tagen 4 thlr. verdient werden, so werden
in 3. 6 = 18 Tagen 24 thlr. verdient.
Wenn in 6 Tagen 20 thlr. verdient werden, so wer-
den in 3. 6 = 18 Tagen 60 thlr. verdient.

Die Ursachen verhalten sich bey gleichen Zeiten, wie die Wirkungen; daher

$24 : 60 = 2 : x = 5$ Mann, wie vorher.

Die gleichen Produkte sind aus der Multiplikation der ähnlichen gegebenen Größen; und die ungleichen Produkte aus der Multiplikation der unähnlichen Grös-sen, aus beyden Theilen der Aufgaben entstanden.

Noch einige Beispiele:

§. 108.

1) Von 2 Fuder Heu können 3 Pferde 4 Tage fressen, wie lange werden 5 Fuder für 6 Pferde reichen?

Man sieht, daß das Futter durch die Pferde veranlaßt wird; und da sich die Zeiten, wie die Wirkun-gen mit den Ursachen dividirt, verhalten: so ist

2 Fud. 3 Pferde 4 Tage 5 Fud. 6 Pferde $= \frac{2}{3} : \frac{5}{6} = 4 : x$;

$x = \frac{\frac{5}{6} \cdot 4}{\frac{2}{3}} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 6} = 5$ Tage.

2)

2) 400 thlr. geben in 3 Jahren 48 thlr. Zinsen; wie viel Zinsen geben 4000 thlr. in 20 Jahren?

Auflösung:

Es wird die Wirkung gesucht; daher

400. 3. 48. 4000. 20; 400. 3 : 4000. 20 = 48 : x.

und $x = \frac{4000.\ 20.\ 48}{400.\ 3} = 40.\ 5.\ 16 = 3200$ thlr.

3) 50 Leute machen in 6 Wochen einen Graben, der 100 Fuß lang, 6 Fuß breit und 4 Fuß tief ist; wie viel Leute braucht man, um in 4 Wochen einen Graben von 600 Fuß lang, 10 Fuß breit und 8 Fuß tief anzufertigen?

Auflösung:

Es wird eine Ursach gesucht; und die Ursachen verhalten sich, wie die Wirkungen mit den Zeiten dividirt. Die Bestimmung der Länge, Breite und Tiefe eines Grabens, gehört mit zu dem Graben selbst; das Exempel ist daher:

50. 6. 100 x. 4. 600.
| 6 | 10.
| 4 | 8.
2

so ist $\frac{100.\ 6.\ 4.}{6.} : \frac{600.\ 10.\ 8.}{4.} = 50 : x.$

und $x = \frac{\overset{3}{6}\not{0}\not{0}.\ 10.\ x.\ 50.}{1\not{0}\not{0}.\ \underset{2}{4.}} = 3.\ 10.\ 50 = 1500$ Mann.

4) Wenn 20 Arbeiter, die täglich 8 Stunden arbeiten, in 4 Wochen einen Damm von 300 Fuß lang fertig machen; in wie viel Wochen werden 16 Arbeiter, die täglich 12 Stunden an der Arbeit sind, mit einem Damm von 400 Fuß fertig?

Auf-

Auflösung:

Es wird die Zeit gesucht; und die Zeiten verhalten sich, wie die Wirkungen, mit den Ursachen dividirt. Begreiflich gehören die Stunden mit zur Bestimmung der Zeit; Das Exempel ist also:

20. 4. 8. 300. 16. x. 12. 400.

$\frac{300}{20} : \frac{400}{16} = 4. 8 : x. 12.$

Nun ist $\frac{300}{20} = 3. 5$; $\frac{400}{16} = 5. 5.$

folglich $x = \frac{5. \not{5}. \not{4}. 8}{3. \not{5}. 3. \not{4}} = \frac{5}{3}. \frac{8}{3}. = \frac{48}{9} = 4\frac{4}{9}$ Wochen; und die Woche zu 6 Tage gerechnet; so sind $4\frac{4}{9}$ Wochen $= 4\frac{4. \not{3}. 2.}{3. \not{3}.} = 4$ Wochen $2\frac{2}{3}$ Tag.; und den Tag zu 12 Stunden gerechnet; so sind $\frac{2}{3}$ Tag $= \frac{2. \not{3}. 4.}{\not{3}.} = 8$ Stunden.

5) Wenn der Scheffel Rocken 20 gr. gilt, so wiegt ein 2 gr. Brod 6 ℔. Was muß ein 3 gr. Brod wiegen, wenn der Scheffel 1 thlr. 8 gr. gilt?

Auflösung:

Der Kornpreiß ist die Ursach, welche das Gewicht des Brodes bestimmt; unter dem Begriff von Zeit, werden 2 gr. und 3 gr. verstanden. Die Wirkung wird gesucht. Weil man aber desto weniger Brod für ein gewisses Geld bekömmt, je mehr das Korn kostet: so muß das Verhältniß des Kornpreises umgekehrt seyn, und weil weniger als 6 ℔. herauskommen müssen, das vordere Glied, (nach §. 101, b.) mit dem andern Gliede verwechselt werden. Das Exempel ist:

20 gr. 2 gr. 6 ℔. 32 gr. 3 gr. x ℔.

1

2

folg.

folglich die Proportion (32. 2.) : (20. 3.) = 6 ℔. x.

und $x = \frac{20.3.6}{32.2} = \frac{45}{8} = 5\frac{5}{8}$ ℔.

6) Wenn 7 Mühlen in $3\frac{1}{2}$ Tag $100\frac{2}{3}$ Scheffel mahlen. Wie viel Zeit brauchen 5 Mühlen, um $205\frac{1}{4}$ Scheffel zu mahlen?

Auflösung:

Die Zeiten verhalten sich wie die Wirkungen, mit den Ursachen dividirt; daher

$$\overbrace{7,\ 3\tfrac{1}{2},\ 100\tfrac{2}{3}};\ \overbrace{5,\ x,\ 205\tfrac{1}{4}}.$$

$$\frac{100\frac{2}{3}}{7} : \frac{205\frac{1}{4}}{5} = 3\tfrac{1}{2} : x.$$

$$\text{und } x = \frac{\frac{205\frac{1}{4}}{5} \cdot 3\frac{1}{2}}{\frac{100\frac{2}{3}}{7}} = \frac{821.7.7.3}{302.5.4.2} = \frac{120687}{12080} =$$

$9\frac{2967}{12080}$ Tage oder 9 Tage und etwas über 2 Stunden.

Man kann auch sagen:

Wenn 7 Mühlen $100\frac{2}{3}$ Scheffel mahlen, so mahlen 5. 7 = 35 Mühlen 7. $205\frac{1}{4}$ Scheffel.

und 5 Mühlen $205\frac{1}{4}$ Scheffel mahlen, so mahlen 5. 7 = 35 Mühlen 5. $100\frac{2}{3}$ Scheffel.

und da die Zeiten, bey gleichen Ursachen, sich wie die Wirkungen verhalten, so ist die Proportion

$$100\tfrac{2}{3}.\ 5 : 205\tfrac{1}{4}.\ 7 = 3\tfrac{1}{2} : x.$$

und $x = \frac{821.7.7.3}{302.5.4.2}$, wie oben.

7) Es werden 40 Centner für 105 thlr. 21 Meilen weit gefahren; wie weit 20 Cent. für 155 thlr.?

Auflösung:

Raum oder Länge des Weges, hat hier den Begriff von Zeit; und verhält sich also wie die Fracht, (Wirkung) mit der Last (Ursach) dividirt; daher

40, 105, 21, 20, 155

wie $\frac{105}{40} : \frac{155}{20} = 21. x.$

und $x \frac{155.40.21}{105.20} = 31. 2 = 62$ Meilen.

8) Ein Fleischer giebt 20 Ochsen auf 12 Monat, gegen ein gewisses Geld in die Fütterung; nach 2 Monaten aber schickt er noch 5, und nach 6 Monaten noch 10 Ochsen; wie lange ist der Bauer gehalten, diese 35 Ochsen noch zu ernähren, damit so viel verfuttert werde, als für 20 Stück Vieh verdungen war?

Auflösung:

Hier soll die Zeit aus der Wirkung mit der Ursach dividirt, gefunden werden. Die Wirkung ist aber (§. 105, 3.) das Produkt aus der Zeit in die Ursach; daher kann man rechnen, daß 20 Ochsen in 12 Monat, 20. 12. = 240 Rationen verzehren. Sie verzehren aber in den ersten 2 Monaten nur 20. 2 = 40 Rationen; in den folgenden 6 Monaten aber mit den übrigen 5 Ochsen 25. 6 = 150 Rationen; folglich sind bereits 40 + 150 = 190 Rationen verzehrt worden. Nun bleiben noch 240 - 190 = 50 Rationen übrig, wovon nicht allein die 25, sondern auch die zuletzt hinzugekommenen 10 Ochsen, überhaupt 35 Ochsen zehren sollen. Die Stellung der Frage ist daher:

20. 12. 240; wie lange 35 Ochsen mit 50 Rat.

folglich $\frac{240}{20} = 12$ zu $\frac{50}{35}$; wie 12 zu x;

und $x = \frac{50}{35} . \frac{12}{1} = \frac{50}{35} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$ Monat.

denn

Denn 20 Ochsen fressen in 2 Mon. 40 Rat.

25	'	'	6	'	150	'
35	'	'	$1\frac{3}{7}$	'	50	'

$9\frac{3}{7}$ ' 240 ' = 20. 12.

9) Eine gewisse Arbeit kann in 50 Tagen von 6 Mann beendet werden. Nachdem diese 6 Mann aber 13 Tage gearbeitet haben, kommen noch 8 Arbeiter dazu, und die 14 Arbeiter, arbeiten wieder miteinander 5 Tage; dann kommen aber wieder 9 Mann zu den vorhergehenden, und nun frägt es sich: wie lange diese 23 Mann noch arbeiten müssen, um das Werk zu vollenden?

Auflösung:

Das Exempel stehet so:

6 M. 50 T. 300 Tagewerke, 6 M. 13 T. 78 Tagewerke.

14	'	5	'	70	'	'
23	'	x	'	152	'	'

wie $\frac{300}{6}$ zu $\frac{152}{23}$; so 50 zu x.

$x = \frac{152.50.6}{300.23} = \frac{152}{23} = 6\frac{14}{23}$ Tage.

In $13 + 5 + 6\frac{14}{23} = 24\frac{14}{23}$ Tagen also, wird die Arbeit vollendet seyn, woran 6 Mann 50 Tage würden gearbeitet haben.

Man sieht, daß nur die an 300 fehlenden Tagewerke mit 23 dividirt werden dürfen. Denn 300 Tagewerke sollen gemacht werden; davon sind $78 + 70 = 148$ wirklich beendiget; es fehlen also nach $300 - 148 = 152$; weil nun dazu 23 Mann vorhanden sind, so brauchen diese $\frac{152}{23} = 6\frac{14}{23}$ Tage.

10) Eine Arbeit würde durch 6 Leute in 50 Tagen fertig gemacht werden können; nachdem sie aber allein

lein 8 Tage gearbeitet haben, schickt man ihnen noch 7 zur Hülfe; und nachdem diese 13 wieder 3 Tage mit einander gearbeitet haben, soll das ganze Werk in 19 Tagen, folglich überhaupt statt 50 in 30 Tagen beendiget werden. Es wird gefragt, wie viel Leute noch angestellt werden müssen?

Auflösung:

6 Mann vollbringen in 50 Tagen, 50. 6 = 300 Tagewerke. Folglich 6 Mann in 8 Tagen = 48 Tagewerke.

Nach 8 Tag. kommen 7 + 6 = 13 M. 3 T. = 39 Tag.

Es sind also überhaupt von 13 Mann in 11 Tagen = 87 Tagewerke gemacht worden. Noch fehlen 300 - 87 = 213. Die in 50 - 20 - 11 = 19 Tagen vollendet seyn sollen; so ist der Ansatz:

6 Mann 50 Tage 300 Tagew. x? 19. 213.

folglich $\frac{300}{50} = 6; \frac{213}{19} = 6 : x.$

und $x = \frac{213}{19} = 11\frac{1}{19}$ Mann.

Statt des Bruches kann man ein Ganzes nehmen, folglich 12 Mann; und da vorher 13 Mann gearbeitet haben: so kann 1 Mann entlassen werden. Denn

6 M. machen in 8 T. - 6. 8 = 48 Tw.
7 + 6 = 13 ' ' ' 3 ' - 13. 3 = 39 '
13 -- 1 = 12 ' ' ' 19 ' - 12. 19 = 228 '

und in 30 T. ' ' = 315 Tw.

und die letzten 12 M. werden in $\frac{213.19}{228} = 17\frac{67}{72}$ Tagen, beynahe 18 Tagen, das Werk beenden. Den $17\frac{67}{72}$.
12 = 213; und 213 + 48 + 39 = 300.

11) Ein Arbeiter bekommt täglich 10 gr.; was bekommen 24 Arbeiter in 50 Tagen?

Auflösung:

Die Wirkungen verhalten sich, wie die Produkte aus den Zeiten in die Ursach; Das Exempel ist:

1 Arb. in 1 Tag 10 gr., was? 24 Arb. in 50 Tagen.

folglich wie $1 : (24.50) =$ so 10 gr. zu x.

also $x = 24.50.10$ gr. oder $\frac{24.50.10}{24} = 500$ thlr.

12) Wenn auf der Post für 1 Pferd auf eine Meile 8 gr. bezahlt wird. Wie viel muß man für 28 Pferde $4\frac{1}{2}$ Meile bezahlen?

Auflösung:

1 Pf. auf 1 M. $\frac{1}{3}$ thlr. (?) 28 Pf. auf $4\frac{1}{2}$ M.

wie 1 zu $(28.4\frac{1}{2})$ so $\frac{1}{3}$. zu x.

$x = \frac{28.9.}{3} = 14.3 = 42$ thlr.

13) Wenn 20 Weber in 7 Wochen, da ein jeder wöchentlich nur 3 Tage und jeden Tag 12 Stunden arbeitet, 90 Stück 30 Ellen lange und $\frac{7}{4}$ breite Leinewand machen. Wie viel 48 lange, $\frac{6}{4}$ breite Stücke werden 16 Weber in 8 Wochen machen, wenn sie wöchentlich 6 Tage, jeden Tag 4 Stunden arbeiten?

Auflösung:

Man sucht die Wirkung. Das Exempel ist:

20 W.	7 W.	90 St.	16 W.	8 W.	48 Ell.
	3 T.	30 Ell.		6 T.	$\frac{6}{4}$ Ell.
	12 St.	$\frac{7}{4}$ Ell.		4 St.	x St.?

folglich $\frac{16.8.6.4.90.30.7}{20.7.3.12.48.6} = \frac{80}{2} = 40$ Stück.

Das

Das letzte Glied, welches x enthält, ist die eigentliche Fragezahl. Setzt man dafür blos x, so kommt 2880, d. h. das Produkt aller 3 Zahlen dieses Gliedes, muß so viel ausmachen. Da nun zwey Zahlen desselben $\frac{c}{4}$. 48 = 72, gegeben sind: so muß man 2880 mit 72 dividiren, um die dritte Zahl, als das eigentliche x = 40 zu erhalten. Zur Erleichterung der Arbeit sind daher die Zahlen $\frac{c}{4}$, 48, gleich zum Divisor gesetzt, und diese gegen die übrigen aufgehoben worden.

14) Für die $\frac{3}{4}$ jährige Zinse eines zu 4 Procent belegten Kapitals, kauft man $6\frac{3}{4}$ Anker Wein, jeden zu 40 Bouteillen, und jede Bouteille für $7\frac{1}{2}$ Mariengroschen; davon 36 einen Thaler machen. Für das Kapital aber kauft man Korn, den Scheffel für 25 Mariengroschen. Wie viel Scheffel hat man erhalten?

Auflösung:

Die Zinse beträgt = $6\frac{3}{4}$. 40. $7\frac{1}{2}$ Mariengr. oder $\frac{6\frac{3}{4}.40.7\frac{1}{2}}{36}$ thlr., das Kapital daher = $\frac{6\frac{3}{4}.40.7\frac{1}{2}.100.36}{36.4.\frac{3}{4}.(\ )}$ hierzu werden nun noch in den mit Klammern eingeschlossenen ledigen Platz 25 gesetzt, um die Scheffelzahl zu erhalten. Die Ausrechnung giebt 2700 Scheffel.

15) Das Verhältniß der Güte verschiedener Sorten Kohlen gegen einander zu bestimmen.

Auflösung:

Es sind viererley Sorten Kohlen vorhanden:
Von der ersten Sorte Steinkohlen, kostet ein Gemäß von 5184 Cubiczoll 13 gr.
Von der zweiten Sorte dergl., kostet ein Gemäß von 4730 Cubiczoll 1 thlr. 4 gr.
Von der dritten Sorte dergl., kostet ein Gemäß von 4730 Cubiczoll 16 gr.

Von

Von der vierten Sorte tannene Holzkohlen, kostet ein Berliner Korn-Scheffel, oder 3024 Cubiczoll 4 gr.

Nun verhalten sich die Mengen wie die Preise.

Wenn daher 5184 Cubiczoll von der ersten Sorte 12 gr. kosten: so kommt eine gleich große Quantität von der zweiten Sorte $\frac{5184.28}{4730} = \frac{5184.14}{2365} = \frac{72576.000}{2365}$ = 30,687 gr.

Von der dritten Sorte: $\frac{5184.16}{4730} = \frac{5184.8}{2365} = \frac{41472.000}{2365}$ = 17,535 gr.

Von der vierten Sorte: $\frac{5184.4}{3024} = \frac{5184}{756} = \frac{48.000}{7}$ = 6,857 gr. zu stehen; und das Verhältniß ist wie: 13 : 30,687 : 17,535 : 6,857.

Nun sind mit 2 Berliner Kornmetzen = $\frac{3042.2}{16}$ = $\frac{3024}{8}$ = 378 Cubiczoll von jeder Sorte, und zwar:

Von der ersten Sorte, 10 Hufeisen.

Von der zweiten Sorte, 12 dergleichen.

Von der dritten Sorte, $8\frac{1}{2}$ dergleichen, und

Von der vierten Sorte mit 7 Metzen 12 Hufeisen, oder mit 2 Metzen $\frac{12.2}{7} = 3\frac{3}{7}$ Hufeisen von gleich starkem Staabeisen geschmiedet worden.

Die Hitzkräfte verhalten sich aber gegen einander wie die Produkte, welche entstehen, wenn man den Preis der einen Sorte mit den Arbeiten der übrigen Sorten multiplicirt.

Folglich wie:

1) $13.12.8\frac{1}{2}.3\frac{3}{7} = \frac{13.12.17.24}{2.7} = \frac{13.6.17.24}{7}$ = 4546.

2) $30.687.10.8\frac{1}{2}.3\frac{3}{7} = \frac{30687.10.17.24}{1000.2.7} = \frac{30687.17.12}{100.7} = 8943.$

3) 17, 535. 10. 12. $3\frac{3}{7}$ = $\frac{17535.10.12.24}{1000.7}$ =
$\frac{17535.12.24}{100.7}$ = 7214.

4) 6, 857. 10. 12. $8\frac{1}{2}$ = $\frac{6857.10.12.17}{1000.2}$ =
$\frac{6857.6.17}{100}$ = 6994.

Nemlich, wie: 4546 : 8943 : 7214 : 6994.

Wenn man daher für 100 thlr. Kohlen von der ersten Sorte nimmt, so würde man damit so viel Hitzkraft hervorbringen, als:

Für $\frac{8943.100}{4546}$ = 196, 72 thlr. von der zweyten.

Für $\frac{7214.100}{4546}$ = 158, 68 thlr. von der dritten, und

Für $\frac{6924.100}{4546}$ = 153, 84 thlr. von der vierten Sorte.

16) Wie viel Berliner Pfunde machen 200 Pfund Danziger, wenn 100 ℔. Hamburger, 112 ℔. Danziger und 110 ℔. Berliner, 106 ℔. Hamburger, betragen?

Auflösung:

Man setze die gegebenen Zahlen, so wie sie sich auf einander beziehen, und ihrer Gattung nach auf einander folgen, in zwey Vertikalreihen, nämlich:

? Berliner Pfund : 200 Danziger Pfund.
wenn 112 Danziger " = 100 Hamburger "
und 106 Hamburger " = 110 Berliner "

Betrachte solche als einen Bruch, dessen Nenner die Reihe ist, in welcher die verlangte Zahl fehlt: so ist der Quotient, welcher durch die Division des Zählers in den Nenner entsteht, die gesuchte Zahl. Folglich:

$\frac{200.100.110}{112.106}$ = $\frac{25.50.110}{7.53}$ = $\frac{68750}{371}$ = $190\frac{160}{371}$ ℔.

Das Verfahren in Aufgaben dieser Art, wenn nemlich Maaße und Münzsorten verglichen werden sollen, nennt man die Kettenrechnung, weil die Zahlen

wie

wie eine Kette aneinander hangen, und allemal die letzte mit der ersten und jede folgende mit der nächst vorhergehenden, von einerley Gattung ist.

17) Was kosten 15 Brabanter Ellen, wenn 7 Danziger Ellen 8 Gulden, und 6 Danziger 5 Brabanter machen?

Auflösung:

Wie viel Gulden 15 Brabanter Ellen,
wenn 5 Brab. Ellen = 6 Danziger Ellen,
und 7 Danz. Ellen = 8 Gulden.

$$\frac{15 \cdot 6 \cdot 8}{5 \cdot 7} = \frac{144}{7} = 20\frac{4}{7} \text{ Gulden.}$$

§. 109.

Weil in der einfachen geometrischen Proportion A : B = C : D, das Produkt der äussern Glieder dem Produkte der mittlern Glieder (§. 74.) gleich ist; folglich: A. D = B. C., so ist auch $\frac{A.\ D}{B.\ C} = \frac{1}{1}$; und jedes Glied ist der Quotient aus seinem nebenstehenden Gliede, in die übrigen Glieder dividirt.

In einer zusammengesetzten geometrischen Proportion, wenn man die Ursach U, die Zeit Z, und die Wirkung W; lasse u, z, w, dasselbe bedeuten: so ist

(§. 105,) 1) Die Ursachen verhalten sich wie die Wirkungen mit den Zeiten dividirt:

$$\frac{W}{Z} : \frac{w}{z} = U : u; \text{ und } u = \frac{w.\ Z.\ U}{z.\ W}$$

2) Die Zeiten verhalten sich wie die Wirkungen mit den Ursachen dividirt:

$$\frac{W}{U} : \frac{w}{u} = Z : z; \text{ und } z = \frac{U.\ w.\ Z}{u.\ W}$$

3)

3) Die Wirkungen verhalten sich, wie die Produkte aus den Zeiten, in die Ursachen;

$$U.\ Z : u.\ z = W : w;\ \text{und}\ w = \frac{u.\ z.\ W}{U.\ Z};$$

folglich ist $U.\ Z.\ w. = u.\ z.\ W.$; und $\frac{U.\ Z.\ w}{u.\ z.\ W} = \frac{1}{1}$.

Man lasse ferner die Anfangsbuchstaben U, Z, W, für den ersten Theil einer Aufgabe, wie §. 106; die kleinen Buchstaben u, z, w, aber für den zweyten Theil derselben gelten: so kann man die zu suchende Größe, u, z oder w, sehr leicht finden, wenn man das w mit W verwechselt, oder w in das erste, W aber in das zweyte Glied bringt; beyde Glieder denn in Form eines Bruches schreibt, in dessen Nenner die zu suchende Zahl fehlt, und denn damit nach §. 20. verfährt.

Z. B. Im Exempel §. 108, 1. wäre

$U = 3;\ Z = 4;\ W = 2;\ u = 6;\ w = 5;\ z = x,$

so ist $\frac{U.\ Z.\ w}{u.\ W.} = z; = \frac{3.4.5}{6.2} = 5.$

Oder:

U.	Z.	W.
3.	4.	2.
6.	x.	5.

$\frac{3.4.5}{6.2} = 5.$ und $\frac{3.4.5}{2.5} = \frac{1}{1}$.

In Aufgaben wie 108, 5. muß jedoch nach den daselbst angeführten Gründen der Werth für Z und z, erst gehörig geordnet werden.

Von der Zinsrechnung.

§. 110.

Zins oder Interesse ist der Ertrag oder der Nutzen für ein auf gewisse Zeit gegebenes Darlehn. Das,

was

was für 100 thlr. auf ein Jahr gegeben wird, ist der Maßstab, nach welchem die Zinsen für die Kapitale, auf mehr oder weniger Zeit berechnet werden. Das Jahr nimmt man an zu 52 Wochen oder 12 Monat, oder 12. 30 = 360 Tage.

Folgende Fälle können bey der einfachen Zinsrechnung vorkommen.

1) Wie viel Zinsen geben 3418 thlr. 16 gr. zu 5 Procent in 1 Jahr?

Wie 100 thlr. zu 3418 thlr. 16 gr.; so 5 thlr. zu x.

$$x = \frac{3418,16.5}{4.5.5.} = \frac{858 \text{ thr. } 16 \text{ gr.}}{5} = 170\tfrac{4}{5} \text{ thr.} + 3\tfrac{1}{5} \text{ gr.}$$

$\frac{4}{5}$ thlr. $= \frac{4.24}{5} = \frac{96}{5} = 19\frac{1}{5}$ gr.

und $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ gr. $= \frac{2}{5}$ gr. $= \frac{2.12}{5} = \frac{24}{5}$ pf. $= 4\frac{4}{5}$ pf.

Folglich sind die Zinsen 170 thlr. 19 + 3 = 22 gr. $4\frac{4}{5}$ pf.

2) Wie viel Zins geben 6000 thlr. in 6 Jahren zu 5 Procent?

Nach §. 105, 3, verhalten sich die Wirkungen, wie die Produkte aus den Zeiten in die Ursachen; es geben daher:

6000 thlr. in 6 Jahren so viel Zins, als 6. 6000 = 36000 in 1 Jahre;

$$\text{folglich } \frac{36000.5}{100} = 360.5 = 1800 \text{ thlr.}$$

In solchen Fällen darf man also nur das gegebene Kapital mit der gegebenen Zeit multipliciren, und das Produkt nach der Regel de Tri (wie in 1.) berechnen.

3) Was geben 6000 thlr. in 4 Monat zu $3\frac{1}{2}$ Procent?

100 thlr. geben in 12 Monat $3\frac{1}{2}$ thlr.,
was 6000 thlr. in 4 Monat?

$100.\ 12 : 6000.\ 4 = 3\frac{1}{2} : x.$

$$x = \frac{6000.\ 4.\ 3\frac{1}{2}}{100.\ 12.} = 5.\ 4.\ 3\frac{1}{2} = 70 \text{ thlr.}$$

oder 6000 thlr. in 4 Monat so viel Zins, als:

$4.\ 6000 = 24000$ in 1 Monat;

folglich $\frac{24000.\ 3\frac{1}{2}}{100.\ 12} = \frac{24000.\ 7}{100.2.12} = 70.$

4) Wie viel Kapital braucht man, um in 16 Monaten 345 thlr. Zinsen zu 3 Procent zu erhalten?

(§. 109.) U. Z. W.
100. 12. 3.
x. 16. 345.

$$\frac{100.\ 12.\ 345}{4.\ 4.\ 3.} = 25.\ 345 = 8625 \text{ thlr.}$$

5) Wenn ein Kapital zu 4 Procent jährlich 280 thlr. Zinsen giebt; wie viel wird es in eben der Zeit zu 5 Procent geben?

Wie 4 zu 5, so 280 thlr. zu x.

$$x = \frac{5.\ 280}{4} = 5.\ 70 = 350 \text{ thlr.}$$

6) Wie groß muß das Procent seyn, um von einem Kapitale, welches zu 4 Procent 280 thlr. Zinsen trägt, in eben der Zeit 350 thlr. zu erhalten?

Wie 280 zu 350, so 4 zu x.

$$x = \frac{350.\ 4}{280} = \frac{35}{7} = 5 \text{ Procent.}$$

7) Wie lange müssen 2000 thlr. zu 5 Procent ausstehen, um zu 2500 thlr. anzuwachsen?

Man sucht aus dem Verhältniß der Zinsen die Zeit; weil also 2000 thlr. in 1 Jahr, 100 thlr. Zinsen geben: so ist die Proportion

wie 100 zu 500 = so 1 Jahr zu x.

$$x = \frac{500 \cdot 1}{100} = 5 \text{ Jahre.}$$

8) Wie lange müssen $1746\frac{1}{12}$ thlr. zu 5 Procent ausgeliehen werden, um zu 2000 thlr. anzuwachsen?

$2000 - 1746\frac{1}{12} = 253\frac{11}{12}$. Um nun den Zins von $1746\frac{1}{12}$ zu finden, setze man:

$$\frac{1746\frac{1}{12} \cdot 5}{100};$$

daher:
$$\frac{\frac{253\frac{11}{12}}{5 \cdot 1746\frac{1}{12}}}{100} = \frac{253\frac{11}{12} \cdot 100}{5 \cdot 1746\frac{1}{12}} = \frac{3047 \cdot 100}{5 \cdot 20953}$$

$= \frac{3047 \cdot 20}{20953} = \frac{60940}{20953} = 2,9$; 2 Jahr 11 Monat beynahe.

Sonst kann man auch einen Bruch machen, dessen Nenner das anzulegende Kapital ($1746\frac{1}{12}$), und dessen Zähler das durch den Zins vermehrte Kapital (2000 thlr.) ist; davon nach §. 43. einen Zähler suchen, dessen Nenner 100 ist, denselben von 100 subtrahiren, und den Rest mit dem gegebenen Procent (5.) dividiren. Der Quotient ist das Verlangte. Z. E.

$$\frac{2000}{1746\frac{1}{12}} = \frac{24000}{20953} = 1,14; \text{ und } \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5} \text{ Jahr.}$$

Eben dasselbe wird erhalten, wenn man statt 2000 thlr. den Zins $253\frac{11}{12}$ setzt; dann hat man aber die Subtraktion von 100 nicht nöthig. Es ist alsdenn

$$\frac{253\frac{11}{12}}{1746\frac{1}{12}} = \frac{3047}{20953} = \frac{304700}{20953} = 0,14; \text{ und } \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}.$$

Jedoch ist 2, 9. richtiger, und jenes Verfahren diesem vorzuziehen. Man vergleiche §. 111, 3.

9)

9) Wie lange muß ein Kapital zu $3\frac{1}{2}$ Procent stehen, um eben so viel Zinsen zu tragen, als es zu 4 Procent in 6 Monat bringen würde?

Wie $3\frac{1}{2}$ zu 4; so 6 zu x.

$$x = \frac{4.6}{3\frac{1}{2}} = {}^{2}\cdot\frac{4.6}{7} = \frac{48}{7} = 6\frac{6}{7} = 6 \text{ Monat } 26 \text{ Tage.}$$

10) Wie lange müssen 2000 thlr. zu 6 Procent ausstehen, um so viel Zins zu geben, als 600 thlr. in 12 Jahren?

Die Zeiten verhalten sich, wie die Wirkungen, mit den Ursachen dividirt; da hier aber keine Wirkungen gegeben sind, so verhalten sie sich bloß wie die Ursachen, also:

wie (2000. 6.) zu (600. 5.) so 12 Jahr zu x.

$$x = \frac{600.5.12}{2000.6} = 3 \text{ Jahre.}$$

11) Wie lange muß ein Kapital ausstehen, um zu 4 Procent 200 thlr. zu tragen, wenn es zu 5 Procent in 6 Jahren 240 thlr. tragen würde?

Die gegebenen Procente vertreten hier die Stellen der Ursachen; also

5, 6, 240; 4, x, 200.

$\frac{240}{5} : \frac{200}{4} = 6 : x$; oder $48 : 50 = 6 : x$.

$$x = \frac{50.6}{48} = \frac{50}{8} = 6\frac{1}{4} \text{ Jahr.} \text{ *)}$$

12) Zu wie viel Procent muß ein Kapital ausgeliehen werden, um in $2\frac{1}{2}$ Jahre so viel Zins zu geben, als zu 4 Procent in 5 Jahren?

(§. 101,

*) In Michelsens Pol. Rechenkunst, 1ster Theil, S. 257. stehen $7\frac{1}{2}$ Jahr; aber dort ist ein Fehler, denn für $\frac{5}{4}$ muß $\frac{5}{4}$ stehen, und für $\frac{5}{4}$, $\frac{25}{24}$.

(§. 101, b.) wie $2\frac{1}{2}$ zu 5; so 4 zu x.

$$x = \frac{5 \cdot 4}{2\frac{1}{2}} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 2}{5} = 8 \text{ Procent.}$$

13) Wie groß muß das Kapital seyn, um zu 4 Procent eben so viel Zins zu tragen, als 3000 thlr. zu 5 Procent?

Wie 4 zu 5, so 3000 thlr. zu x.

$$x = \frac{5 \cdot 3000}{4} = 5 \cdot 750 = 3750 \text{ thlr.}$$

14) Wie groß muß das Procent seyn, um von 3500 thlr. so viel Zins zu erhalten, als von 5000 thlr. zu 2 Procent?

Wie 3500 zu 5000; so 2 zu x.

$$x = \frac{5000 \cdot 2}{3500} = \frac{50 \cdot 2}{35} = \frac{10 \cdot 2}{7} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}.$$

15) Zu wie viel Procent müssen 6000 thlr. ausgeliehen werden, um in 15 Monaten 325 thlr. Zinsen zu tragen?

U.	Z.	W.
6000.	15.	325.
100.	12.	x.

$$\frac{100.}{6000} \cdot \frac{12.}{15} \cdot \frac{325}{x} = 4\frac{1}{3} \text{ Procent.}$$

Dies Verfahren beantwortet auch die Frage: zu wie viel Procent 6000 thlr. ausgestanden haben, wenn sie in 15 Monat 325 thlr. Zinsen geben? –

16) Wie viel betragen Kapital und Zinsen von 600 thlr. zu 4 Procent am Ende eines Jahres?

Wie 100 : 600 = 104 zu x.

$$x = \frac{600 \cdot 104}{100} = 604.$$

In Fällen wie 3, wo die Zeiten ungleich sind, kann man sich der zusammengesetzten Regel de Tri nicht bedienen, weil alsdenn die Zeit, welche bloß auf die Zinsen

sen wirken muß, auch auf das Kapital wirken und ein falsches Resultat entstehen würde. Mann thut denn am besten, wenn man die gefundenen Zinsen zum Kapitale addirt.

17) Wie viel Zins geben zu 3 Procent 2000 thlr., die in 5jährigen Terminen, jedesmal mit 400 thlr. bezahlt werden sollen?

Von 400 thlr. müssen die Zinsen auf $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ Jahren berechnet werden. Da sich nun die Wirkungen verhalten, wie die Produkte aus den Zeiten in die Ursachen; so ist der Ansatz:

100 thlr. 1 Jahr 3 thlr. 400 thlr. 15 Jahr x thlr.

und $x = \frac{400 \cdot 15 \cdot 3}{100} = 60 \cdot 3 = 180$ thlr.

Denn 400 thlr. geben in 5 Jahren 60 thlr.

'	4	' '	48 '
'	3	' '	36 '
'	2	' '	24 '
'	1	' '	12 '
in	15	' '	180 thlr.

18) Man ist 1746 thlr. schuldig, und soll solche in 5 jährlichen Terminen mit 5 Procent Zins, in gleichen Summen wieder bezahlen; was wird man am Ende eines jeden Jahres geben müssen?

Auflösung:

Der Zins für die jährlichen Zahlungen ist:

für das 1te Jahr	$\frac{100}{105}$	$=$	$\frac{20}{21}$ des Kapitals.
2te '	$\frac{100}{110}$	$=$	$\frac{10}{11}$ ' ' '
3te '	$\frac{100}{115}$	$=$	$\frac{20}{23}$ ' ' '
4te '	$\frac{100}{120}$	$=$	$\frac{5}{6}$ ' ' '
5te '	$\frac{100}{125}$	$=$	$\frac{4}{5}$ ' ' '

Nun müßte man mit der Summe dieser Brüche $\frac{77293}{17710}$ das Kapital multipliciren; weil aber diese Operation etwas weitläuftig ist: so nehme man diese Brüche in Decimalen (§. 43.) und dividire mit den ersten 4 Zahlen der Summe derselben das Kapital. Der Quotient giebt das Verlangte. Es ist daher

$$\begin{aligned}
\tfrac{4}{5} &= 0,8000000\\
\tfrac{5}{6} &= 0,8333333\\
\tfrac{20}{23} &= 0,8695652\\
\tfrac{10}{11} &= 0,9090909\\
\tfrac{20}{21} &= 0,9523809\\
\hline
\tfrac{77293}{17710} &= 4,3643703.
\end{aligned}$$

Für den Divisor 4,364 kann man dreist 4365 nehmen, und es ist $\frac{1746,000}{4365} = 400$ thlr. (vergl. §. 112, 8.)

19) Es sind 2000 thlr. nach 5 Jahren ohne Zins zahlbar. Der Gläubiger wünscht aber das Kapital in 5 einjährigen Terminen in gleichen Summen zu anticipiren, und verspricht 5 Procent Zinsen. Wie viel wird er zu Anfange eines jeden Jahres zu erheben haben?

Das Kapital muß ausser den 5 jährlichen Zahlungen von denselben, nach den

5 fachen Zins des 1sten Jahres oder $\frac{5}{20}$ der jährl. Zahl.
4 ' ' ' 2ten ' ' $\frac{4}{20}$ ' '
3 ' ' ' 3ten ' ' $\frac{3}{20}$ ' '
2 ' ' ' 4ten ' ' $\frac{2}{20}$ ' '
1 ' ' ' 5ten ' ' $\frac{1}{20}$ ' '

folglich $5\frac{15}{20} = 5\frac{3}{4}$ enthalten. Man dividirt daher 2000 thlr. mit $5\frac{3}{4}$, so ist

$$\frac{2000}{5\frac{3}{4}} = \frac{8000}{23};$$

und $\frac{8000,000000}{23} = 347,826087$ die jährl. Zahlung.

Der

Der Schuldner könnte eigentlich von 2000 thlr. in 5 Jahren 500 thlr. Zins erheben. In dem gegenwärtigen Falle erhält derselbe für die Reste, welche nach Abzug der jährlichen Auszahlungen übrig bleiben, nemlich

für	1652, 173913	"	82, 60869565
"	1304, 347826	"	65, 21739130
"	956, 521739	"	47, 81608695
"	608, 695652	"	30, 44478260
"	260, 869565	"	13, 04447825
			239, 13143475
Hierzu der letzte Ueberschuß, viel die jährl. Zahl. (§. 110, 16) Zins geb.			260, 86956525, als so
also bekommt er überhaupt:			500, 00100000.

20) Die Berechnung des Agios oder Aufgeldes bey Verwechselung schlechterer Münzsorten gegen bessere, geschiehet nach eben den bey der Zinsrechnung gegebenen Regeln. Hier also nur ein Beispiel.

Es sollen 250 thlr. Gold gegen Courant eingewechselt werden, das Agio ist 7 Procent, so wird für 250 thlr. Gold bezahlt,

$\frac{250 \cdot 107}{100} = \frac{5 \cdot 107}{2} = \frac{535}{2} =$ 267 thlr. 12 gr. Courant,

und das Agio ist: $\frac{250 \cdot 7}{100} = \frac{35}{2} =$ 17 thlr. 12 gr.

Von der Rabbatrechnung.

§. 111.

Rabbat, Interusurium, ist der Abzug von einem Kapitale, das man früher bezahlt, als man es zu bezahlen schuldig war. Dieser Abzug muß so eingerichtet seyn, daß so wenig der Gläubiger, als der Schuldner dabey zu kurz kommen; das heißt: der erstere muß auf das erhaltene Kapital, wenn es zinsbar untergebracht

wür-

würde, auf die bestimmte Zeit eben so viel Interesse wieder bekommen können, als der zweyte ihm abgezogen oder rabbatirt hat; und dieser muß für das früher bezahlte Kapital, nach demselben Verhältniß entschädiget werden. So sind für 100 thlr. welche ein Jahr früher bezahlt werden, Abzug 5 Procent, nicht mehr als 95 thlr. 5 gr. $8\frac{4}{7}$ pf. zu entrichten; weil diese wieder zu 5 Procent ausgethan, am Ende eines Jahres, wieder 100 thlr. werden; und mit dem Rabbat 4 thlr. 18 gr. $3\frac{3}{7}$ pf. am Ende des Jahres ebenfalls 5 thlr. Zins bringen würden; als so viel jenes Kapital dem Bezahler würde eingebracht haben.

Es ist also gleichgültig, ob er 100 thlr. die er ein Jahr ohne Zinsen nutzen soll, jetzt mit 95 thlr. 5 gr. $8\frac{4}{7}$ pf. oder nach Ablauf des Jahres ganz bezahlt.

1) Um diesen Rabbat, eines ohne Zinsen ausstehenden, ein Jahr zu früh bezahlten Kapitals, Zinsen zu 5 Procent zu finden; addirt man das gegebene Procent zu 100; die Summe giebt das erste Glied einer Proportion; das gegebene Kapital das zweyte, und das Procent das dritte Glied. Hierzu sucht man die vierte Proportionzahl.

300 thlr. welche ohne Zinsen ausstehen, sollen 1 Jahr früher bezahlt werden, so ist der Rabbat zu 5 Procent.

$$105 : 300 = 5 : x,$$

$$x = \frac{300 \cdot 5}{105} = \frac{300}{21} = \frac{100}{7} = 14\frac{2}{7} \text{ thlr.}$$

Und das zu bezahlende Kapital nach Abzug des Rabbats,

$$105 : 300 = 100 : x,$$

$$x = \frac{300 \cdot 100}{105} = \frac{20 \cdot 100}{7} = \frac{2000}{7} = 285\frac{4}{7} \text{ thlr.}$$

Ist

Ist die Zeit geringer als 1 Jahr; sind z. B. Monate oder Tage gegeben, so reducire man sie auf Jahre, multiplicire damit das gegebene Procent, addire das Produkt zu 100, und verfahre wie eben gesagt ist.

Z. E. Wie viel rabbattiren 1000 thlr. in 9 Monaten zu 5 Procent?

9 Monat $=\frac{3}{4}$ Jahr. $\frac{3}{4}\cdot 5 = 3\frac{3}{4}$;

folglich $103\frac{3}{4} : 1000 = 100 : x$,

$$x = \frac{1000.100.}{103\frac{3}{4}} = \frac{1000.80}{83} = 963\frac{5}{8}\frac{1}{3}.$$

2) Wird das Kapital mehrere Jahre früher erhoben, so wird das gegebene Procent mit der gegebenen Zeit multiplicirt, das Produkt zu 100 addirt, und mit dieser Summe dividirt man

a. Um den Rabbat zu erhalten, das mit der Zeit und dem Procente multiplicirte Kapital.

Z. E. Die 300 thlr. wären erst nach 4 Jahren gefällig, so ist der Rabbat:

$100 + (4.5.) = 120 : 300 = 20 : x$,

$x = \frac{300.20}{120} = 50$ thlr. Rabbat.

b. Und um das Kapital nach Abzug des Rabbats zu bekommen, das mit 100 multiplicirte Kapital. Das vorhergehende Beispiel giebt also:

$120 : 300 = 100 : x.$

$x = \frac{300.100}{120} = 50.5 = 250$ thlr. Kapital.

3) Soll aus einem früher bezahlten Kapitale und dem gegebenen Procent des Rabbats, die Zeit gesucht werden, zu welcher das Kapital fällig gewesen wäre — oder welches einerley ist: will man wissen, wie viele Jahre man ein Kapital mit gewissen Procent

Rabbat früher bezahlen müßte, um dafür eine bestimmte Summe zu erhalten. Z. E. wenn für 300 thlr. jetzt mit 5 Procent Rabbat 250 thlr. bezahlt werden, und man verlangt die Zeit zu wissen, an welcher das Kapital der 300 thlr. fällig gewesen wäre – oder wie viele Jahre man 300 thlr. zu 5 Procent Rabbat früher bezahlt nehmen müßte, um dafür 250 thlr. zu bekommen: so verhält sich das mit dem Procent multiplicirte, wirklich bezahlte Kapital, zu dem mit 100 multiplicirten Rabbat, wie 1 Jahr zu der gesuchten Zeit; der Ansatz ist also:

$$(250.5.) : 50.\ 100 = 1 : x,$$

$$\text{und } x = \frac{50.100}{250.5} = \frac{20}{5} = 4 \text{ Jahr.}$$

oder: $(300.5.) - (50.5) : (50.100.) = 1 : x.$

Ferner. Wie viele Jahre muß man 1000 thlr. mit 5 Procent Rabbat früher bezahlen, um dafür 800 thlr. zu geben?

$$(800.5.) : 200.\ 100 = 1 : x.$$

$$x = \frac{200.100}{800.5} = \frac{40}{8} = 5 \text{ Jahre.}$$

(Vergl. §. 110, 7.)

4) Wie viel Jahre müssen 300 thlr. mit 6 Procent Rabbat früher bezahlt werden, um eben so viel Rabbat zu bekommen, als bey 5 Procent in 4 Jahren statt findet?

Die Procente verhalten sich wie die Zeiten, also wie 6 zu 5, so 4 zu x:

$$\text{und } x = \frac{5.4}{6} = \frac{20}{6} = 3\tfrac{1}{3} \text{ Jahr.}$$

und bey 8 Procent wie $8 : 5 = 4 : x.$

$$x = \frac{20}{8} = 2\tfrac{1}{2} \text{ Jahr.}$$

5) Wäre das Kapital aber auf die Zeit, welche es früher erhoben wird, zu verzinsen; wären z. B. 1200 thlr. auf 2 Jahr mit 3 Procent zu verzinsen, und sollten jetzt mit 5 Procent Rabbat bezahlt werden; so muß man erst suchen, wie hoch sich das Kapital samt den Zinsen am Ende des 2ten Jahres beläuft, und dann rabbatiren.

Wenn daher 100 thlr. in 1 Jahre 3 thlr. Zinsen geben, so geben sie in 2 Jahren 6 thlr.; folglich

wie $100 : 1200 = 106 : x$.

$x = \frac{1200 \cdot 106}{100} = 12 \cdot 106 = 1272$ thlr.

Ferner: 100 thlr. rabbatiren in 1 Jahr 5 thlr. und 2 Jahren 10 thlr.;

folglich wie $110 : 1272 = 100 : x$,

$x = \frac{1272 \cdot 100}{110} = \frac{12720}{11} = 1156\frac{7}{11}$ thlr.

Sucht man bloß den Rabbat, so ist derselbe:

$\frac{1272 \cdot 10}{110} = \frac{1272}{11} = 115\frac{4}{11}$ thlr.

6) Eine genauere Betrachtung der vorhergehenden Ansätze zeigt, wie man das Kapital nach Abzug des Rabbats mit einemmale finden könne, wenn man setzt:

$x = \frac{1200 \cdot 106 \cdot 100}{100 \cdot 110} = \frac{1200 \cdot 106}{110} = \frac{120\,106}{11} = \frac{12720}{11} = 1156\frac{4}{11}$ thlr.

und den Rabbat:

$\frac{1200 \cdot 106 \cdot 10}{100 \cdot 110} = \frac{1272}{11} = 115\frac{7}{11}$ thlr.

7) Wie in 3. die Verfallzeit eines Kapitals zu finden, das jedoch unterdessen einen gewissen Zins zu tragen hat. Für 1200 thlr. welche zu 3 Procent ausstehen, werden jetzt mit 5 Procent Rabbat $1156\frac{4}{11}$ thlr. bezahlt. Wie lange hätte das Kapital stehen müssen?

Man

Man bringe einen Bruch, dessen Zähler die baar bezahlte Summe, ($1156\frac{4}{11}$), der Nenner aber das Kapital (1200) ist, zur kleinsten Benennung. Von dem Nenner dieses verkleinerten Bruches subtrahire man das gegebene Procent des Rabbats (5) und mit dem Reste dividire man das mit dem Zähler desselben Bruches multiplicirte Kapital: so erhält man, wie hoch dasselbe in der Zeit, welche gesucht wird, mit den Zinsen angewachsen ist. Hieraus läßt sich nun nach §. 110, 8. leicht das übrige finden.

$$\text{Z. E. } \frac{1156\frac{4}{11}}{1200} = \frac{53}{55};\ \frac{52}{55-5} = \frac{53}{50};$$

$$\frac{53 \cdot 1200}{50} = 53 \cdot 24 = 1272.$$

folglich 1272 – 1200 = 72 thlr. Zinsen.

Nun sind die Zinsen von 1200 thlr. zu 3 Procent in 1 Jahre 36 thlr. (§. 112, 5.) daher (§. 110, 6.) 36: 72 = 1 : x,

und $x = \frac{72}{36} = 2$ Jahr.

Ferner: Für 1500 thlr. welche zu 2 Procent auf Zins stehen, werden jetzt $1418\frac{2}{11}$ thlr. mit 5 Procent Rabbat bezahlt; um wie viel Zeit ist das Kapital zu früh erhoben worden?

$$\frac{1418\frac{2}{11}}{1500} = \frac{15600}{16500} = \frac{52}{55};\ \frac{52}{55-5} = \frac{52}{50}.$$

$$\frac{52 \cdot 1500}{50} = 52 \cdot 30 = 1560.$$

folglich 1560 – 1500 = 60 thlr. Zinsen.

Nun sind die Zinsen von 1500 thlr. in 1 Jahre = 30 thlr. Folglich 30 : 60 = 1 : x; und $x = \frac{60}{30}$ = 2 Jahre.

8) Es sind 2000 thlr. in 5 einjährigen Terminen, ein jeder mit 400 thlr. zu bezahlen; wie viel werden jetzt mit 5 Procent Rabbat dafür entrichtet?

Auf-

Auflösung:

Hier kann man entweder jeden Termin besonders berechnen, und das Gefundene addiren; als:

$\frac{100 \cdot 400}{125} = \frac{20 \cdot 400}{25} = \frac{4 \cdot 400}{5} =$ 320 thlr.

$\frac{100 \cdot 400}{120} = \frac{5 \cdot 400}{6} = \frac{2000}{6} = 333\frac{2}{3}$ thlr.

$\frac{100 \cdot 400}{115} = \frac{20 \cdot 400}{23} = \frac{8000}{23} = 347\frac{19}{23}$ thlr.

$\frac{100 \cdot 400}{110} = \frac{10 \cdot 400}{11} = \frac{4000}{11} = 363\frac{7}{11}$ thlr.

$\frac{100 \cdot 400}{105} = \frac{20 \cdot 400}{21} = \frac{8000}{21} = 380\frac{20}{21}$ thlr.

Sum. 1746 thlr. 1 gr. $11\frac{835}{1771}$ pf.

oder $1746\frac{433}{5313} = 1746,08$ thlr.

Oder man macht die Brüche $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{20}{23}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{20}{21}$, zu Decimalbrüchen (§. 43.) und multiplicirt mit ihrer Summe die jährliche Zahlung. Es ist aber

$\frac{4}{5} = 0,8000000$
$\frac{5}{6} = 0,8333333$
$\frac{20}{23} = 0,8695652$
$\frac{10}{11} = 0,9090909$
$\frac{20}{21} = 09523809$

Sum. $= 4,3643703.$

Nun ist: 4,3643703

400

1745,74812 00 (3

22443600 (8

17,9548800 (12

11,4587600.

Der baare Werth ist daher 1745 thlr. 17 gr. 11 pf.

9) Wäre das Kapital zugleich, z. B. mit 2 Procent zu verzinsen: so berechnet man den Rabbat, entweder nach 5 und 6, eben so theilweise; und weil

$\frac{102.100.400}{100.105} = \frac{102.400}{105} = \frac{84.400}{35}$, so ist in den folgenden:

$\frac{34.400}{35} = \frac{34.80}{7}$, , 388$\frac{4}{7}$ thlr.

$\frac{104.400}{110} = \frac{52.400}{55} = \frac{52.80}{11}$ ... 368$\frac{16}{23}$ thlr.

$\frac{106.400}{115} = \frac{106.80}{23}$, , , 368$\frac{16}{23}$ thlr.

$\frac{108.400}{120} = \frac{108.40}{12}$ = 36. 10 . . . 360 thlr.

$\frac{110.400}{125} = \frac{22.400}{25}$ = 22. 16 . . . 252 thlr.

Sum. 1847$\frac{486}{1771}$ thlr.

Oder man verwandelt die Brüche, $\frac{34}{35}$, $\frac{52}{55}$, $\frac{106}{115}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{22}{25}$, in Decimalen und multiplicirt wie vorher, mit der Summe derselben = 4,6186222, die jährliche Zahlung, so kommt: 1847,44888 thlr.

10) Wenn gute Münzsorten gegen schlechtere eingewechselt werden sollen, z. B. Gold gegen 267 thlr. 12 gr. Courant, so findet man das Gold, welches man für Courant erhält, wenn das letztere 7 Procent schlechter ist noch folgender Proportion:

$$107 : 267\frac{1}{2} = 100 : x.$$

und $x = \frac{535.100}{2.107} = \frac{535.50}{107} = \frac{26750}{107} = 250$ thlr.

Der Rabbat ist:

$$107 : 267\frac{1}{2} = 7 : x$$

und $x = \frac{267\frac{1}{2}.7}{107} = \frac{535.7}{107.2.} = \frac{3745}{214} = 17$ thlr. 12 gr.

Von der Zinseszinsrechnung.

§. 112.

Zins auf Zins, oder Zinseszins, entstehet, wenn die Zinsen am Ende des Jahres zum Kapital geschlagen, und als solches für das künftige Jahr wieder verzinset werden.

1) Wie hoch wird ein Kapital von 100 rthr., wenn es 5 Procent Zins auf Zins trägt, nach 4 Jahren angewachsen seyn?

Eigentlich müßte man hier die einfache Regel de Tri (§. 101.) so oft anwenden, als Jahre gegeben sind; der Satz

wie 100 : zu 100 = so 105 zu x

müßte also besonders berechnet, das, was kommt, wieder als Kapital betrachtet, und das Verfahren, so vielmal, als Jahre gegeben sind wiederhohlt werden.

Diese Weitläuftigkeit wird aber vermieden, wenn man die beyden Verhältnißzahlen 100 und 105 gleich anfänglich zu derjenigen Potenz erhebt, als Jahre gegeben sind, folglich: wie sich 100^4 zu 100 verhalten, so 105^4 zu x.

$$\text{und } x = \frac{100.\ 105^4}{100^4} = \frac{\text{1ØØ.}\ \text{1Ø5.}\ \text{1Ø5.}\ \text{1Ø5.}\ \text{1Ø5.}}{\text{1ØØ.}\ \text{1ØØ.}\ \text{1ØØ.}\ \text{1ØØ.}}$$

21. 21. 21. 21.
2Ø. 20. 20.
4

$$= \frac{\cdot\ 21^4}{4.20.20.}; = \frac{194481}{1600} = 121 \text{ thlr. } 13 \text{ gr. } 2\tfrac{2}{5}\text{ pf.}$$

Denn aus 100 thlr. werden nach Ablauf eines jeden Jahres 105 thlr. Es entsteht also eine geometrische Reihe von 6 Gliedern, nemlich 100; $\frac{105}{100}$; $\frac{105}{100}$; $\frac{105}{100}$; $\frac{105}{100}$; $\frac{105}{100}$; deren Exponent $\frac{105}{100}$ ist, weil jedes Glied sich zum folgenden verhält, wie 100 zu 105, und wozu man nach §. 86 das 7te Glied findet, wenn man den Exponenten $\frac{105}{100}$, zur 6 − 1 = 5ten Potenz erhebt, und das erste Glied 100, (oder das Kapital) damit multiplicirt.

Eben diese Aufgabe wird vermittelst der Logarithmen, folgendergestallt berechnet.

Log. $105 = 2{,}0211892$.

$105^4 = 8{,}0847568$ (4

Log. $100 = 2{,}0000000$

addirt.

$10{,}0847568$.

Log. 100^4 $8{,}0000000$

subtrahirt.

$2{,}0847568$,

welcher Logarithme nach §. 97, gehörig entwickelt, 121, 55 zur Absolutzahl hat; folglich 121 thlr. und (§. 44.) 13 gr.

2) Wie viel Kapital muß man ausleihen, um nach 4 Jahren zu 5 Procent Zinseszins, 6000 thlr. wieder zu erhalten.

Dieß ist das umgekehrte der vorhergehenden Aufgabe, man sagt: wie 105^4 zu $6000 = 100^4 : x$

$$x = \frac{6000 \cdot 100^4}{105^4} = \frac{6000 \cdot 20^4}{21^4} = \frac{960000000}{194481}$$

$= 4936$ thlr. 5 gr. 2 pf. beynahe.

Mit Logarithmen.

Log. $6000 = 3{,}7781512$.

$100^4 = 8{,}0000000$

$11{,}7781512$.

Log. $105^4 = 8{,}0847568$

$3{,}6933944$.

Dieser Logarithme fällt zwischen 4936 und 4937. Der Unterschied der Log. dieser Zahlen ist $= 879$; und der Unterschied des gegebenen Log. von dem Log. für 4936 ist

ist = 192, folglich $\frac{192}{879}$, (§. 43.) $\frac{19200}{879}$ = 21. Das Kapital besteht in 4936 thlr. 5, 04 gr. (§. 44.) also; denn man sucht zu der Reihe von 5 Gliedern, nemlich zu $\frac{105}{100}$; $\frac{105}{100}$; $\frac{105}{100}$; $\frac{105}{100}$; 6000 das erste Glied. Man kehre daher die Reihe um; so wird das erste Glied 6000. Der Exponent $\frac{100}{105}$; und das letzte Glied die verlangte Summe = 6000. $(\frac{100}{105})^4$.

3) Zu wie viel Procent Zins auf Zins, müssen 2000 rhlr. ausgeliehen werden, um nach 4 Jahren 2800 thlr. wieder zu erhalten?

Das verlangte Procent wird gefunden, wenn man aus dem Quotienten des ersten Kapitals, in das zweyte, die Wurzel derjenigen Dignität extrahirt, welche die Zahl der Jahre bestimmt, und von der Wurzel 1 abzieht; also

hier $\sqrt[4]{\frac{2800}{2000}} - 8.$

Ohne Logarithmen ist die Rechnung weitläuftig und mühsam. Man nehme daher:

log. 2800 = 3, 4471580
‘ 2000 = 3, 3010300

0, 1461280
dividirt mit 4)

0, 0365320

Dieser Logarithme unter der höchsten Kennziffer aufgesucht, gehört zu 1087; und 1087 - 100 =. 8, 7; folglich ist das gesuchte Procent 8, 7 thlr. Setzt man nach §. 97. die Rechnung weiter fort; so findet sich 8, 77. Ein ganz genaues Resultat wird man aber niemals bekommen, indessen kann man doch so viel, als nöthig ist, daraus erfahren.

4) Wie lange müssen 2000 thlr. zu 8, 77 Procent auf Zinseszins ausgethan werden, um dafür 2800 thlr. wieder zu erhalten.

Man dividirt das letzte Kapital (2800) mit dem erstern (2000), und den Logarithmen des Quotienten dividirt man mit dem Logarithmen von 108, 77, so giebt dieser Quotient die verlangte Zeit. (§. 98, 5.)

Log. 2800 = 3, 4471580
Log. 2000 = 3, 3010300

Log. $\frac{7}{5}$ = 0, 1461280

Log. 108, 77 = 0, 0365320

und $\frac{1461280}{365320}$ = 4 Jahr.

5) Ein Kapital von 3000 thlr. steht 5 Jahr zu 4 Procent auf Zinsen, welche aber alle halbe Jahre wieder zum Kapital geschlagen werden. Wie groß wird das Kapital nach 5 Jahren seyn.

Wenn halbjährige Zinsen gegeben werden sollen, so muß man die gegebene Zeit mit 2 multipliciren, das Procent aber halbiren.

Nun ist nach 1) $\frac{104^5 \cdot 3000}{100^5}$; weil aber halbjährige Zinsen vorfallen, so muß dieser Satz, da 100 + $\frac{4}{2}$ = 102 abgeändert werden, in den folgenden $\frac{102^{10} \cdot 3000}{100^{10}}$.

Log. 102^{10} = 20, 0860020
Log. 3000 = 3, 4771212

23, 5631232

Log. 100^{10} = 20, 0000000

3, 5631232 = 3656 thlr. 23 gr. 7 pf.

6) Die Größe eines Kapitals, das nicht allein Zins auf Zins tragen soll, sondern zu welchem auch jährlich

lich noch eine gewisse Summe zugelegt wird, nach Ablauf einer gewissen Zeit zu finden?

Auflösung:

Das Kapital sey 2000, das Procent sey 5; jährlich würden 100 thlr. darzugelegt: wie groß ist das Kapital nach 5 Jahren?

Hier müßte erst (nach 1,) die Größe des Kapitals nach Ablauf des 5ten Jahres, ferner von 100 thlr. nach 4, nach 3, nach 2 Jahren und nach 1 Jahre, vermittelst der Ausdrücke:

$$\frac{2000 \cdot 105^5}{100^5};\ \frac{100 \cdot 105^4}{100^4};\ \frac{100 \cdot 105^3}{100^3};\ \frac{100 \cdot 105^2}{100^2};\ \frac{100 \cdot 105}{100};$$

gesucht, und das Gefundene addirt werden.

Die Rechnung würde also seyn:

$$\frac{2000 \cdot 105^5}{100^5} = \frac{21^5}{20^2 \cdot 4} = \frac{4084101}{1600} = 2552 \text{ thlr. } 12 \text{ gr. } 6\tfrac{7}{50} \text{ pf.}$$

$$\frac{100 \cdot 105^4}{100^4} = \frac{21^4}{20^2 \cdot 4} = \frac{194481}{1600} = 121\text{'} 13\text{'} 2\tfrac{29}{50}\text{'}$$

$$\frac{100 \cdot 105^3}{100^3} = \frac{21^3}{80} = \frac{9261}{80} = 115\text{'} 18\text{'} 3\tfrac{30}{50}\text{'}$$

$$\frac{100 \cdot 105^2}{100^2} = \frac{21^2}{4} = \frac{441}{4} = 100\text{'} 6\text{'}\ \text{'}$$

$$\frac{100 \cdot 105}{100} = \frac{21 \cdot 10}{2} = \frac{210}{2} = 105\ \text{'}\ \text{'}$$

Summa = 3005 thlr. 3 gr. $\frac{9}{25}$ pf.

Weil aber jene Ausdrücke: $100 \cdot \frac{21}{20}4$; $100 \cdot (\frac{21}{20})^3$; $100 \cdot (\frac{21}{20})^2$; $100 \cdot \frac{21}{20}$, eine geometrische Reihe bilden, deren

deren erstes Glied 100, und deren Exponent $\frac{21}{20}$ ist: so kann man, um alle Weitläuftigkeit zu vermeiden, nur die Summe derselben (§. 85.)

$\frac{21}{20}^4 \cdot \frac{21}{20} = (\frac{21}{20})^5$; daher: $\frac{100 \cdot (\frac{21}{20})^5 - 100;}{\frac{1}{20}} =$

$= 20 \cdot 100 \cdot (\frac{21}{20})^5 - 20 \cdot 100$

gehörig entwickeln, das Gefundene zu der gefundenen Größe des Kapitals addiren; so erhält man das Verlangte weit kürzer. So ist:

das Kapital nebst Zinsen 2552 thlr. 13 gr. $6\frac{9}{50}$ pf.

$20 \cdot 100 \cdot (\frac{21}{20})^5 - 20 \cdot 100 =$ 552 ' 13 ' $6\frac{9}{50}$ '

Summa: 3105 thlr. 3 gr. $\frac{9}{25}$ pf.

Oder: man kann auch gleich das Kapital hinzufügen, und also aus der Formel:

$(2000 + 20 \cdot 100) \cdot (\frac{21}{20})^5 - 20 \cdot 100 = 4000 \cdot (\frac{21}{20})^5 - 2000$, das Gesuchte mit einem Male finden.

Vermittelst der Logarithmen ist die Rechnung folgende:

log. $(\frac{21}{20})^5 = 0,1059465$
addirt log. $4000 = 3,6020600$

$3,7080065$.

Dieser Logarithme gehört zu 5105, werden davon 2000 subtrahirt: so bleiben 3105 thlr. übrig. Die Unterschiede der Logarithmen geben die obigen 3 gr.

Daß hier aber 3105 thlr. kommen, rührt daher, weil man oben angenommen hat, als ob am Ende des 5ten Jahres wieder 100 thlr. zugelegt worden wäre, und man mit Einschluß derselben nur die Größe des ganzen Kapitals am Ende des 5ten Jahres zu wissen verlangte.

Will

Will man hingegen nach Ablauf des bestimmten Jahres, das Kapital, nebst Nachschuß und Zinsen wieder heben: so ist es begreiflich, daß man denn 100 thlr. von den gefundenen 3105 thlr. abziehen müsse.

7) Dasselbe Exempel mit 4 Procent.

$\frac{2000.265}{255.} = \frac{265.16}{253.5.} = \frac{190102016.}{78125} =$ 2433 thlr. 7 gr. $4\frac{5608}{78125}$ pf.

$\frac{100.264}{254} = \frac{264.4}{253} = \frac{1827904}{15625} =$ 116 - 23 - $7\frac{14477}{15625}$ -

$\frac{100.263}{253} = \frac{263.4}{252} = \frac{70304}{625} =$ 112 - 11 - $8\frac{52}{625}$ -

$\frac{100.262}{252} = \frac{262.4}{25} = \frac{2704}{25} =$ 108 - 3 - 10 $\frac{2}{25}$ -

$\frac{100.26}{25} = 4.26. =$ - - - 104 - - - - - -

Summa 2874 thlr. 22 gr. 5 pf.

Die Brüche kommen nicht in Betrachtung.

Mit Logarithmen ist die Rechnung folgende:

$(2000 + 25.100).(\frac{26}{25})^5 - (25.100)$

log. $(\frac{26}{25})^5 =$ 0, 0851665

log. 4500 = 3, 6532125

3, 7383790.

Dieser Logarithme gehört zu 5474 und 5475. Die Differenz der Logarithmen dieser beyden Zahlen ist 793; und der Unterschied des gegebenen Log. - Log. 5474 ist $= 742$, folglich $\frac{742}{793}$ (§. 43.) $= \frac{74200}{793} = 93$, die dem gefundenen Logarithmen zugehörige Zahl ist also: 5474, 93; oder (§. 44) 5474 thlr 22 gr. 3 pf. beynahe. Davon müssen aber 2500 thlr. abgezogen werden, und es bleiben daher 2974 thlr 22 gr. 3 pf. übrig, wovon jedoch, wie kurz vorher ist erinnert worden, 100 thlr. zu subtrahiren sind.

8)

8) Dasselbe Exempel mit 6 Procent.

$\frac{106}{100}$ ist $= \frac{53}{50}$; folglich muß der Ausdruck:

$$(2000 + \frac{50.100}{3}) . (\frac{53}{50})^5 - \frac{50.100}{3}$$

entwickelt werden.

$2000 . (\frac{53}{50})^5 = 4\frac{181954933}{15625000} = 2676$ thlr. 10 gr. 9 pf.

$\frac{50.100}{3} . (\frac{53}{50})^5 = \frac{53^3}{3.62500} =$

$= 4\frac{181954933}{187500} = 2230$ thlr. 9 gr.

subtrh. $\frac{50.100}{3} = 1666 , 16 ,$

563 , 17 , 563 , 17 ,

Summa 3240 thlr. 3 gr. 9 pf.

Mit Logarithmen.

log. $(\frac{53}{50})^5 = 0,1265295$

log. $2000 = 3,3010300$

$3,4275595 = 2676$ thlr. 10 gr. 9 pf.

log. $(\frac{53}{50})^5 = 0,1265295$

log. $\frac{5000}{3} = 3,2218488$

$3,3483783.$

Dieser Log. giebt:

2230 thlr. 8 gr. 9 pf.

davon subtrh.

$\frac{50.100}{3} = 1666 , 16 ,$

bleibt übrig 563 thlr. 16 gr 9 pf. 563 , 16 , 9 ,

Summa 3240 thlr. 3 gr. 6 pf.

9) Eine andere minder weitläuftige Berechnungsart, ist folgende: Das Kapital sey wie vorher 2000; jährlich würden 100 thlr. hinzugelegt, das Procent ist 5. Wie groß ist es nach 5 Jahren, mit Ausschluß der am Ende des 5ten Jahres, zu zahlenden 100 thlr. (n. 6)

Die

Die Ausrechnung geschiehet nach der Formel:

$$\frac{2000.5+\frac{100\cdot 100}{5}\cdot\left(\frac{105}{100}\right)^5-\frac{100\cdot 105}{5}}$$

Das heißt:

das Anlage Kapital ' ' ' 2000 thlr.
wird multiplicirt mit dem Proc. 5

zu dem Produkte ' ' 10000

wird die, mit 100 multiplicirte jährliche Zulage ' ' ' 10000

addirt, und die Summe mit dem Procent dividirt $\left(\frac{20000}{5}\right)=4000$

Nun ist Log. $4000 = 3,6020600$
$105^5 = 10,1059465$

$13,7080065$

subtrahirt $105^5 = 10$

bleibt $= 3,7080065 = 5105,12.$
Davon subtrahirt $\frac{100\cdot 105}{5} = 2100$ ' $2100,00.$

Ist die gesuchte Zahl ' $3005,12.$

Hierbey hat man nicht nöthig geometrische Reihen zu summiren, und die Potenz von $\frac{105}{100}$ ist immer der Zahl der Jahre gleich.

10) Die Größe eines, auf Zinseszins ausstehenden Kapitals, von welchem jährlich eine gewisse Summe weggenommen wird, nach Ablauf einer gegebenen Zeit zu finden.

Auflösung.

An Statt, daß in der vorhergehenden Aufgabe, die jährlichen Zulagen zu dem Kapital addirt worden sind, müssen in dem gegenwärtigen Fall, die jährlichen Abgaben davon subtrahirt werden. Man sucht also erst, wie hoch das Kapital mit dem Zinseszinse, nach Ablauf der gegebenen

Zeit

Zeit angewachsen seyn würde, und subtrahirt davon die Summe der Abzüge, nebst ihren Zinsen. So würden z. B. von 2000 thlr. die Abgaben (No. 5.) bey 5 Procent so viel betragen, als die Zinsen, und das Kapital nach 5 Jahren unverändert bleiben. Bey 4 Procent würde es seyn 2433 - 541 = 1892, und bey 6 Procent 2676 - 663 = 2113.

Man kann aber auch hier das Gesuchte mit einem Male finden, wenn man die in der vorhergehenden Aufgabe gegebene Formel gehörig entwickelt, nachdem zuvor die Zeichen derselben + und -, in die entgegengesetzten sind verwechselt worden.

Beispiel.

Das Kapital sey 6000 thlr.; Procent 5; jährlich werden 100 rthl. davon genommen: wie groß ist es nach 5 Jahren?

$$6000 - 20.100.\left(\tfrac{21}{20}\right)^5 + 20.100.$$

oder $\left(\frac{4000.21^5}{20^5}\right) + 20.100.$

$$\frac{4000.21^5}{20.20.20.20.20} = \frac{21^5}{20^2.2} = \frac{4084101}{800} =$$

= 5150 thlr. 3 gr. $\frac{9}{25}$ pf.

Dazu addirt 20.100 = 2000 ' ' '

Summa 7105 thlr. 3 gr. $\frac{9}{25}$ pf.

Mit Logarithmen.

log. $\left(\frac{21}{20}\right)^5$ = 0, 1059465
log. 4000 = 3, 6020600

3, 7080065

Dieser log. giebt 5105 thlr. 3 gr.
dazu addirt 2000 thlr.

Summa 7105 thlr. 3 gr.

11) Beträgt hingegen die mit 20 multiplicirte jährliche Abgabe mehr als das Kapital, wie, wenn z. E. von 2000 thlr. Kapital bey 5 Procent fünf Jahre hintereinander jedesmal 150 thlr. abgeben werden sollten, da denn in der Formel:

$$2000 - 20.150.\left(\tfrac{21}{20}\right)^5 + 20.150$$

im ersten Gliede, 20. 150 größer ist, als 2000; so wird dieses ganze erste Glied negativ, das heißt: das was nach Entwickelung dieses ersten Gliedes nemlich: 2000

$$-20.150.\left(\tfrac{21}{20}\right)^5 = \frac{1000.21^5}{20^5} = \frac{21^5}{20^5} = \frac{4084101}{8\ 4000} =$$

1276 thlr. 6 gr. 1,59 pf. herauskommt, muß von dem letzten Gliede: $+ 20.150 = 3000$, abgezogen (und nicht addirt) werden; da denn in diesem Falle: 1723 thlr. 17 gr. 10,41 pf. für die wirkliche Größe des Kapitals, nach fünf Jahren übrig bleiben. Denn, wenn die jährlichen Abgaben größer sind, als der Zins, so muß das Kapital immer kleiner werden und zuletzt ganz verschwinden. Vergl. §. 116, 1.

12) Man ist 22 Jahre lang am Ende jeden Jahres 20 thlr. zu bezahlen schuldig gewesen, hat aber nichts bezahlt: Wie viel wird am Ende des 22sten Jahres, mit 5 Procent Zinseszins, dafür bezahlt werden müssen?

Auflösung:

Die ersten 20 thlr. stehen $22 - 1 = 21$ Jahre, die 2ten 20 thlr. stehen 20 Jahre, und die folgenden Zahlungen, immer ein Jahr weniger auf Zins. Die letzten 20 thlr. bleiben unverändert, weil sie gleich bezahlt werden. Man hat also eine geometrische Reihe, wovon $\frac{21^{21}}{20}$ das erste $=$ 20 oder 1 das letzte Glied, $\frac{21}{20}$ der

Ex-

Exponent, und folglich ist, nach §. 86, die Summe derselben:

oder: $20.20.\left(\frac{21}{20}\right)^{22} - 20.20.20.\frac{100}{5}.\left(\frac{105}{100}\right)^{22}$
$- 20.\frac{100}{5}.$

Nun ist log: $400 = 2,6020600$
$21^{22} = 29,0888246$

$31,6908846$
Davon subtrah. l. $20^{22} = 28,6226600$

$3,0682246.$

Hiervon ist die Absolutzahl = 1170, 104
subtrahirt $20.20.$ = 400, 000

bleiben = 770, 104 für die ganze Schuld übrig.

Die Potenz von $\frac{21}{20}$ ist also in solchen Fällen immer der gegebenen Anzahl Jahre gleich.

13) Ist die Zahlung **am Anfange** eines jeden Jahres fällig gewesen, hat solche z. E. 454, 38 thlr. betragen, und man verlangt Kapital und Zinsen zu 5 Procent **am Ende** des 10ten Jahres zu wissen; so ist der Ansatz:

$$454,38.\frac{105}{5}.\left(\frac{105}{100}\right)^{10} - 454,38.\frac{105}{5}$$

und die Ausrechnung folgende:

$\frac{105}{5} = 21$; und $21.454,38 = 9541,98.$

log. $9541,98 = 3,9796385$
$\left(\frac{105}{100}\right)^{10} = 0,2118930$

$4,1915315.$

Die Absolutzahl dieses Logarithmen ist: =
= 15542, 80 werden davon obige
9541, 98 abgezogen, so bleiben
6000, 62 übrig, für die gesuchte Zahl.

14) Von 6000 thlr., die zu 5 Procent Zinseszins ausstehen, werden jährlich 500 thlr. bezahlt. Wie groß ist das Kapital nach 18 Jahren?

Auflösung:

An dem Kapitale, das am Ende des 18ten Jahres zu $\frac{6000.105^{18}}{100^{18}}$ ' ' = ' ' 14439, 7141 thlr. angewachsen ist, fehlen

$$20.500.\left(\tfrac{21}{20}\right)^{18} - 20.500 = \underline{14066,1939}$$

folglich ist noch vorhanden ' ' ' 373, 5202 thlr.

Die dazu gehörigen Berechnungen sind:

$\frac{6000.105^{18}}{100^{18}}$ = ℔. 6000 = 3, 7781512

' 21^{18} = 23, 7999474

27, 5780986

' 20^{18} = 23, 4185400

4, 1595586 = 14339, 7141

ferner:

$20.500.\left(\tfrac{21}{20}\right)^{18}$ − 20. 500.

℔. 20. 500 = 4, 0000000

' 21^{18} = 23, 7999474

27, 7999474

' 20^{18} = 23, 4185400

4, 3814074 = 24066, 1939

subtrahirt 20. 500 ' = 10000, 0000

Differenz: 14066, 1939.

15) Eben dieses findet man durch die Entwickelung des Ausdrucks:

$6000 - 20.500\left(\tfrac{21}{20}\right)^{18} + 20.500.$

oder

Oder: $- \frac{4000.21^{18}}{20^{18}} + 20.500.$

Oder: $10000 - \frac{4000.21^{18}}{20^{18}}$

auf folgende Art.

log. 4000 = 3, 6020600
, 21^{18} = 23, 7999474

27, 4020074
, 20^{18} = 23, 4185400

3, 9834674.

Dieser Logarithme gehört der Zahl 9626, 4767, welche nach der Formel von 10000 subtrahirt werden muß.

Daher , 9626, 4767
wie vorher 373, 5233 übrig bleiben.

16) Berechnet man die Posten einzeln; so ist nach jedesmaligen Abziehen der 500 thlr. des Kapital:

Nach Jahren		Nach Jahren	
1.	5800.	10.	3484, 31.
2.	5590.	11.	3158, 52.
3.	5369, 5.	12.	2816, 54.
4.	5137, 9.	13.	2457, 26.
5.	4894, 8.	14.	2080, 12.
6.	4639, 54	15.	1684, 12.
7.	4371, 51.	16.	1468, 32.
8.	4090, 09.	17.	831, 73.
9.	3794, 59.	18.	373, 31.

und wenn am Ende des 19ten Jahres wieder 500 thlr. bezahlt werden sollen; so fehlen daran: 108, 03 thlr. Denn 373, 31 thlr. wachsen in 1 Jahre nur auf 391, 97 thlr. an, daher 500, 00 - 391, 97 = 108, 03.

Dieß

Dieß findet man, wenn nach obiger Formel die Größe des Kapitals nach 19 Jahren gesucht wird. Dieselbe ist:

log. 4000 = 3, 6020600
, 21^{19} = 25, 1221667

28, 7242267
, 20^{19} = 24, 7165799

4, 0046558.

Dieser Logarithme hat zur Absolutzahl, 10107,78 welche von 10000 = 20. 500, abgezogen werden sollten; das geht aber nicht, sondern es fehlen daran = 107,78 thlr. welches bis auf eine Kleinigkeit mit dem vorhergehenden übereinstimmt. Die Rechnung sagt nun überhaupt so viel: daß das Anlage-Kapital gänzlich verschwindet, wenn 4000 thlr. (d. i. der Unterschied zwischen dem Anlage-Kapital, und der mit 20 multiplicirten jährlichen Zulage) nebst Zinsen auf 10000 thlr. angewachsen sind. Man mache nach §. 113, 4. die Probe; so ist: $\frac{10000}{4000} = \frac{10}{5} = \frac{5}{2} = 2,5$ daher

log. 2, 5 = 0, 3979400
, 1, 05 211893 = 18, 78.

Von der doppelten Rabbatrechnung.

§. 113.

Wenn man annimmt, daß ein Kapital, welches man nach einer gewissen Zeit zu fordern berechtiget ist, dem zeitigen Besitzer Zinseszins einbringen könnte, oder wirklich einbringt, und der Gläubiger solches noch vor der Verfallzeit wieder zu haben verlangte; so muß, damit beyde Theile nicht zu kurz kommen, doppelt rabbatirt, das heißt: Rabbat von Rabbat, gerechnet werden. Es sind also zwey Fälle zu unterscheiden: wenn nemlich das Kapital, bis zur Verfallzeit, keinen Zins trägt, oder bis dahin auf Zins ausstehr.

Wenn

Wenn kein Zins bezahlt wird:

1) 2000 thlr. sollen 5 Jahr früher mit 5 Procent doppelten Rabbat bezahlt werden. Diese Aufgabe ist der im §. 112. befindlichen Frage gleich. Wie viel Kapital muß man jetzt ausleihen, um nach 5 Jahren 2000 thlr. wieder zu erhalten? Die Ausrechnung wäre also ouch hier: $\frac{2000.\ 100^5}{100^5} =$

$\frac{2000.\ 20^5}{21^5}$;

log.	2000	=	3, 3010300
	20^5	=	6, 5051500
Summe			9, 3061800
subthr. log.	21^5	=	6, 1110965
			3, 1950835.

Die Absolutzahl dieses Logarithmen fällt zwischen 1767 und 1768. Die Differenzen sind $_2\frac{145}{770}$ = 1 gr. 2 pf. folglich sind 2000 thlr. die erst nach 5 Jahren hätten ohne Zins bezahlt werden müssen, gegenwärtig werth 1567 thlr. 1 gr. 2 pf. und der Rabbat von Rabbat ist 435 thlr. 22 gr. 10 pf. Denn 1567 thlr. 1 gr. 2 pf. geben in 5 Jahren, zu 5 Procent 432 thlr. 22 gr. 10 pf. Zinseszins, und 432 thlr. 22 gr. 10 pf. wachsen in 5 Jahren zu 552 thlr. 13 gr. 6 pf. an, als so viel 2000 in 5 Jahren Zinseszins würden getragen haben.

2) Wie groß ist das Kapital, für welches man 5 Jahr früher, mit 5 Procent doppelten Rabbat 2000 thlr. bezahlt hat? oder: §. 112, 1. Wie hoch wachsen 2000 thlr. in 5 Jahren, zu 5 Procent Zinseszins an?

Die Berechnung ist: $\frac{2000.\ 21^5}{20^5}$.

log. 2000 = 6, 6110965
21^5 = 3, 3010300

Summe 9, 9121265
subthr. log. 20^5 = 6, 5051500

3, 4069765 = 2552 tlr. 13 gr. 6 pf.

3) Für 2800 thlr. welche 5 Jahr früher erhoben werden, sind 2000 thlr. bezahlt worden. Wie groß ist das Procent gewesen? §. 113, 3 zu wie viel Procent müssen 2000 thlr. ausgeliehen werden, um nach 5 Jahren 2800 thlr. wieder zu bekommen.

$\sqrt[5]{\frac{2800}{2000}} - 1.$

log. 2800 = 3, 4471580
log. 2000 = 3, 3010300

0, 1461280

dividirt mit 5) = 0, 0292258. = 106, 9.
und 106, 9 - 100 = 6, 9 Procent.

4) Wenn von dem früher zu bezahlenden Kapital auch Zins gegeben wird.

Man sucht zuerst, wie hoch das Kapital samt der Zinseszinse, nach Ablauf der bestimmten Zeit angewachsen seyn würde, (§. 112. 1.) und denn rabbattirt man nach §. 113. 1.

Beispiel.

2000 thlr. welche noch 5 Jahre zu 4 Procent Zinseszins ausstehen, sollen sogleich mit 5 Procent doppelten Rabbat bezahlt werden. Die Entwickelung des Ausdrucks:

$(\frac{104}{100})^5 . (\frac{100}{105})^5 . 2000.$

Oder §. 35. $(\frac{104}{105})^5 . 2000.$, giebt das Verlangte.

Es ist aber: 5. log. 104 = 10, 0851665
, 2000 = 3, 3010300

13, 3861965 davon subt.
5. , 105 = 10, 1059465

3, 2802500

Dieser Logarithme gehört zu 1906 und 1907. Die Differenzen der Logarithmen sind $\frac{1271}{2278}$ folglich sind sogleich zu bezahlen; 1906 thlr. 13 gr. 2 pf.

5) Man ist 2000 thlr. in 10 einjährigen Terminen, jeden mit 200 thlr. zu bezahlen gehalten; will aber die ganze Schuld jetzt gleich mit 5 Procent doppelten Rabbat entrichten. Wie viel muß bezahlt werden?

Man bringe einen Bruch dessen Zähler 100 (a) und dessen Nenner 100 + das gegebene Procent (b) ist, auf die kleinste Benennung. Die jährlich zu entrichtende Summe (a) multiplicire man sowol mit dem Zähler, als Nenner dieses Bruchs (a . c; b. c,). Ferner erhebe man den Bruch zu einer Potenz, die um 1. größer ist, als Termine (n) gegeben sind, und multiplicire damit die mit dem einfachen Nenner des Bruches multiplicirte jährliche Summe (b.c), das Product was kommt ziehe man von der mit dem einfachen Zähler multiplicirten jährlichen Summe (a.c.) ab.

Bezeichnet man nun, nach dem Exempel $\frac{100}{105} = \frac{20}{21}$ mit $\frac{a}{b}$; die jährlich zu entrichtenden 200 thlr. mit c; die Anzahl der Termine mit n, so läßt sich das ganze Verfahren in folgender Formel darstellen

$a.c - b.c.\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}$ oder $\frac{a.c - ca^{n+1}}{b^n}$

oder 20, 200 − 21, 200 $\left(\frac{20}{21}\right)^{11}$

oder

$$\text{oder } 4000 - \frac{200.20}{21^{10}}$$

und die Bedingung ist folgende:

$$\begin{aligned} \log.\ 20^{11} &= 14,3113300 = a^{n+1}, \\ \log.\ 200 &= 2,3010300 = c \\ \hline & 16,6123600 = c.a^{n+1} \\ \log.\ 21^{10} &= 13,2221930 = b_n \\ \hline & 3,3901670 = \frac{c.a^{n+1}}{b^n} \end{aligned}$$

Dieser Logarithme gehört zu 2455 und 2456. Die Proportionaltheile dieser beyden und des gegebenen Logarithmen sind $\frac{1155}{1769}$, folglich 2455,653. Diese von $a.c = 4000$ subtrahirt, lassen 1544, 347 thlr. für die sogleich zu bezahlende Summe übrig.

6) Diese (in 5) angegebene Bestimmung aber findet nur Statt, wenn Zähler und Nenner des Bruches $\frac{a}{b}$ nur um 1 unterschieden sind. Ist ein anderes Procent gegeben, wo die Differenz größer ist, z. E. 6 Procent $= \frac{100}{1006} = \frac{50}{53}$; so muß die jährlich zu bezahlende Summe, da, wo sie (in 5) mit dem einfachen Bruch $\frac{a}{b}$ multiplicirt ist, hier mit einem Bruche, dessen Zähler a und dessen Nenner b - a ist, multiplicirt werden; hier also mit $\frac{50}{53-50} = \frac{50}{3}$

Exempel. Welches ist der jetzige Werth von 2000 thlr. die in 4 einjährigen Terminen, jeden mit 500 thlr. zahlbar sind? doppelten Rabbat zu 6 Procent gerechnet.

Auflösung:

$$\frac{500.50}{3} - \frac{53.500.50^5}{3.53^5}$$

log. $53.500 = 26500 = 4,4232459$

50^5 - - $= 8,4948500$

$12,6180959$

3.53^5 - - $= 9,0985007$

$3,8195952$

Dieser log. gehört zu 6600,973. (973)

Nun ist $\frac{500.50}{3} = 8333,333.$

subtrahirt $= 6600,973$

baarer Werth $= 1732,36$ thlr.

7) Ist der erste Termin so gleich; so nimmt man einen Termin weniger an, und addirt zuletzt eine jährliche Zahlung.

Z. E. Die im vorigen Beyspiel jährlich zu zahlenden 500 thlr. wären nicht zu Ende, sondern mit dem Anfange eines jeden Jahres fällig; so ist der jetzige Werth:

$$\frac{500.50}{3} - \frac{53.500.50^4}{3.53^4}$$

log. $26500 = 4,4232459$

$50^4 = 6,7958800$

$11,2191259$

$3.53^4 = 7,3742248$

$3,8449011$

dieser log. gehört zu 6996,825.

Nun subtrahirt von $8333,333$

$6996,825$

Differenz: $1336,508$

addirt - 500

baarer Werth $1836,508$ thlr.

8)

8) Ist der erste Termin, an welchem die Bezahlung einer Schuld angefangen werden soll, weiter hinausgesetzt; sollten z. B. 2000 thlr. in 4 einjährigen Terminen, jeder mit 500 thlr. bezahlt, jedoch mit der Zahlung des ersten Termins, erst nach Ablauf des 5ten Jahres der Anfang gemacht, und alsdann damit jährlich continuirt werden, und man wollte das Kapital jetzt gleich mit 5 Procent Rabbat bezahlen; so multiplicirt man das mit b (21) multiplicirte jährliche Quantum zweymal, und zwar

1) mit $\frac{a}{b}$ zur Potenz der Zahl der Jahre des ersten Termins, und 2) mit $\frac{a}{b}$, zu der um 1 vermehrten Potenz der Zahl der Jahre des letzten Termins erhoben, und ziehet dann das letzte Product von dem erstern ab.

Es ist: $\frac{a}{b} = \frac{20}{21}$; c = 500, so ist b. c. $\left(\frac{a}{b}\right)^5$ –

b. c $\left(\frac{a}{b}\right)^{5+4+1}$,

oder: $500. 21. \left(\frac{20}{21}\right)^5 - 500. 21. \left(\frac{20}{21}\right)^{10} =$

$$= \frac{500. 20^5}{21^4} - \frac{500. 20^{10}}{21^9}$$

log. $20^5 = 6,5051500$

$500 = 2,6989700$

$9,2041200$

log. $21^4 = 5,2888772$

$= 3,9152428 = 8227$ thl. 5 gr. 9 pf.

Transp.

Transport: = 8227 thl. 5 gr. 9 pf.

log. 20^{10} = 13,0103000
' 500 = 2,6989700

15,7092700
log. 21^{9} = 11,8999737

3,8092963 = 6447 ' 21 ' 4 '

abgezogen, läßt ' ' 1780 tl. 8 gr. 5 pf.
übrig, für die sogleich verlangte Summe.

9) Zu 6 Procent würde das vorhergehende Exempel nach folgender Formel berechnet werden müssen:

$$500.\tfrac{5}{3}0.\ (\tfrac{5}{5\,3})^{5} - 500.\ \tfrac{5}{3}0.\ (\tfrac{5}{5\,3})^{10}. = \frac{500.\ 50.\ 50^{5}}{3.\ 53^{5}}$$

$$- \frac{500.\ 50.\ 50^{10}}{3.\ 53^{10}}$$

$$\text{oder } \frac{500.\ 50^{6}}{3.\ 53^{5}} - \frac{500.\ 50^{11}}{3.\ 53^{10}}\ ;\ \text{oder } \frac{25000.\ 50^{5}}{3.\ 52^{5}}$$

$$- \frac{25000.\ 50^{10}}{3.\ 53^{10}}.$$

log. 505 = 8, 4948500
' 25000 = 4, 3979400

12, 8927900
log. $3 + 53^{5}$ = 9, 0985007

3, 7942893 = 6227 thr. 3 gr. 11 pf.
log. 50^{10} = 16, 9897000
log. 25000 = 4, 3979400

21, 3876400
l. $3 + 53^{10}$ = 17, 7198802

3, 6677598 = 4653 thl. 6 gr. 8 pf.

subtrahirt = 1673 thlr. 21 gr. 3 pf.

10) Wenn von den einzelnen Posten, einer (wie in 5) terminweise zu bezahlenden Schuld, Zins gegeben wird: wenn z. B. 2000 thlr. die in fünfjährigen Terminen, an einem jeden mit 400 thlr. zahlbar sind, 2 Procent Zins tragen, und sogleich mit 5 Procent Rabbat bezahlt werden sollen; so betragen 400 thlr.

nach Jahren	und sind jetzt werth
1)	$400 . \frac{102}{100}$
2)	$400 . (\frac{102}{100})^2$
3)	$400 . (\frac{102}{100})^3$
4)	$400 . (\frac{102}{100})^4$
5)	$400 . (\frac{102}{100})^5$

Es ist aber nach §. 35 $\frac{102}{100} \cdot \frac{100}{105} = \frac{102}{100} = \frac{34}{35}$, und die Summe der geometrischen Reihe: $400 . \frac{34}{35} + (\frac{34}{35})^2 + (\frac{34}{35})^3 + (\frac{34}{35})^4 + (\frac{34}{35})^5 \frac{(\frac{34}{35})^5 . \frac{34}{35} - 400}{\frac{34}{35} - 1}$

folglich: $400 . 35 . (\frac{34}{35})_6 - 400 . 35 .$

oder nach §. 112, 6, weil 400 thlr. zu viel heraus-

kommen $= 400 . 34 \frac{400 . 35 . 34^6}{35^6}$.

Nun ist:

log. $400 . 35 = 1400 = 4,1461280$
, 34^6 , , $= 9,1888734$
, 35^6 , , $= 13,3350014$
, , , $= 9,2644080$
Rest $= 4,0705934$

Die-

Dieser Logarithme gehört zu 11765, 04; von 34. 400 = 12600 abgezogen, bleiben 1834, 96 thlr. für die sogleich zu bezahlende Summe übrig.

Als eine Probe berechne man die einzelnen Posten, so kommt für:

$$\frac{400 \cdot 34}{35} = 388,57$$
$$400 \cdot \left(\frac{34}{35}\right)_2 = 377,48$$
$$400 \cdot \left(\frac{34}{35}\right)^3 = 366,68$$
$$400 \cdot \left(\frac{34}{35}\right)_4 = 356,24$$
$$400 \cdot \left(\frac{34}{35}\right)^5 = 346,03$$

Summe: 1835,00

und es ergiebt sich ein Unterschied von $\frac{4}{100}$, der gar nicht in Erwägung gezogen zu werden verdient.

Von den mittlern Zahlungsterminen.

§. 114.

Mitlerer Zahlungstermin ist die Zeit, zu welcher eine Schuld, die man terminenweise zu bezahlen gehalten ist, in unzertrennter Summe abgetragen werden muß, ohne daß so wenig der Gläubiger, als der Schuldner dabey vervortheilt werden. Es wird diese Zeit aus einem willkührlichen Zins bestimmt, den das ganze Kapital hätte tragen können, so, daß bis zum ausgemittelten Zahlungstermin, das ganze Kapital so viel Zins geben muß, als die einzelnen Posten bis zur Verfallzeit würden getragen haben. Man kann hierbey folgende Fälle unterscheiden: Das Kapital trägt entweder einfachen, oder Zinseszins, oder keinen von beyden; die Termine sind entweder gleichweit von einander entfernt und die Zahlungen gleich, oder sie sind es nicht. Beispiele von jeder Art sollen die Sache erläutern:

1) 2000 thlr. sollen 5 Jahre hintereinander, jährlich mit 400 thlr. ohne Zins, bezahlt werden. Der Schuldner wünscht sie aber mit einander ohne Abzug zu entrichten. Wann muß dieses geschehen?

Auflösung:

Die Zahl welche man sucht, ist die Summe der arithmetischen Reihe, vom 1sten bis zum 5ten Jahre, multiplicirt mit der jährlichen Zahlung, und dieses Product dividirt mit dem Kapitale. Denn es verhält sich das Kapital der 2000 thlr. zu der jährlich zu leistenden Zahlung von 400 thlr. wie die Summe der Termine $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ zu der gesuchten Zeit, folglich:

$$2000 : 400 = 15 : x$$

$$x = \frac{400 \cdot 15}{2000} = 3 \text{ Jahr.}$$

Der Schuldner kann also die ganze Schuld mit Schluß des dritten Jahres bezahlen, und der Gläubiger kann solche noch zwey Jahr benutzen, dann sind die Vortheile auf beyden Seiten gleich. Man nehme an, die jährlich zu entrichtenden 400 thlr. würden bis zu ihrer Verfallzeit auf Zins ausgethan, und zwar, welches willkührlich ist, zu 5 Procent, so kann der Schuldner

für die	1sten	400 thlr.	in	1 Jahr	20 thlr.
"	2ten	400 "	=	2 Jahren	40 "
"	3ten	400 "	=	3 "	60 "
"	4ten	400 "	=	4 "	80 "
"	5ten	400 "	=	5 "	100 "
		folglich überhaupt	=		300 thlr.

Der

Der Gläubiger hingegen würde

die 1sten 400 thlr. nur 4 Jahre nutzen, und dafür 80 thl.

2ten	400	'	'	3	'	60
3ten	400	'	'	2	'	40
4ten	400	'	'	1	'	20
5ten	400	'	'	gar nicht	'	'
				also überhaupt nur	'	200 thl.

Zins erheben können. Da nun jene 300 thlr. in 3 Jahren diese 200 thlr. hingegen in 2 Jahren gewonnen werden konnen; so wird keiner der Intressenten vervortheilt, wenn die ganze Schuld der 2000 thlr. am Ende des 3ten Jahres, vom 1sten Termin angerechnet, bezahlt wird.

2) Will man aber den mittlern Zahlungstermin nach Zinseszins bestimmen; so bedenke man, daß der Schuldner den Zinseszins nicht allein von den jährlichen Zahlungen, sondern auch von deren Zinsen für die folgenden Jahre, als Nutzen mit in Anschlag bringen kann, da diese Berechnung aber etwas weitläuftig ausfällt: (s. n: 9, 2), so pflegt man nur auf den Nutzen des Gläubigers zu sehen, und darnach den Zahlungstermin zu bestimmen. Will man daher die Zeit wissen, wie lange der Gläubiger das Kapital noch benutzen müßte: so berechne man nach §. 112, 6, den Zinseszins der jährlich zu entrichtenden 400 thlr. auf 4, 3 und 2 Jahre, und den Zins auf 1 Jahr, addire dazu die letzten 400. thlr. und suche denn aus dem ganzen, mit dem Zinseszins angewachsenen Kapitale, nach §. 112, 4, die Zeit, welche erfordert wird, um so viel Zins als gefunden worden ist, zu tragen.

Der

Der Gläubiger würde daher

auf Jahre Zinsesz. erhalten können

für die	1sten	400 thlr.	4	‘	‘	$486\frac{81}{400}$	thlr.
‘	‘	2ten	400	‘	3	‘	‘	$463\frac{1}{20}$	‘
‘	‘	3ten	400	‘	2	‘	‘	441	‘
‘	‘	4ten	400	‘	1	‘	‘	420	‘
‘	‘	5ten	400	‘	‘	‘	‘	400	‘

und das Kapital würde sich belaufen auf $2210\frac{101}{400}$ thlr.

Oder vermittelst der Logarithmen, durch Entwickelung des Ausdrucks: $400 + 20.400.(\frac{21}{20})^4 - 20.400.$

Log. $(\frac{21}{20})^4 = 0,0847572$

‘ $8400 = 3,9242793$

Log. $(\frac{21}{20})^4.8400 = 4,0090365 = 10210,25$

davon subtrahirt 8000

bleiben 2210,25.

Nun ist §. 112, 4

Log. $2210,25 = 3,3444414$

‘ $2000 = 3,3010300$

Log. $2210,25 - 2000 = 0,0434114$

und $\frac{434114000}{211893} = 2,0488$ Jahr, oder 2 Jahr, 2 Wochen, 2 Tage.

Der Schuldner kann also von heute an, über 3 Jahr weniger 16 Tage, das ganze Kapital bezahlen.

3) Soll dieser Zahlungstermin für den Schuldner bestimmt werden: so geschiehet solches vermittelst der doppelten Rabbatrechnung. Man berechnet nach §. 113, 5. den jetzigen Werth, der terminweise zu bezahlenden 400 thlr. nach der Formel:

$$20.400 - 21.400.\left(\tfrac{20}{21}\right)^6$$

oder $20.400 - 21.400.20^6$

$21^6.$

log. 20^6 = 7, 8051800

log. $21.400 = 8400$ = 3, 9242793

11, 7304593

log. 21^6 = 7, 9333158

3, 7971435.

Dieser Logarithme gehört zu der Zahl 6268, 20; daher $8000 - 6268, 20 = 2721, 8$.

Nun suche man nach §. 112, 4, wie viel Zeit erfordert wird, wenn 1731, 8 thlr. zu 2000 thlr. anwachsen sollen. Sie ist:

log. 2000 = 3, 3010300

log. 1731, 8 = 3, 2384977

0, 0625323

und $\frac{6253230000}{211893}$ = 2, 9512 Jahr, oder 2 Jahr 11 Monat und 2 Wochen beynahe.

4) Soll aber der Zahlungstermin, nach den Regeln der einfachen Rabbatrechnung für den Schuldner bestimmt werden; so berechne man erst den jetzigen Werth der terminweise abzutragenden Schuld. Dieser ist (nach §. 111, 8) = $1746\frac{1}{12}$ thlr. und denn suche man (nach §. 111, 3) wie viel Jahre 2000 thlr. zu früh sind bezahlt worden, oder welches einerley ist, wie viel Zeit erfordert wird, wenn man $1746\frac{1}{12}$ thlr. zu 5 Procent Zins zu 2000 thlr. anwachsen sollen (§. 110, 7.) Die Rechnung giebt:

$$(2000 - 1746\tfrac{1}{12}) = \frac{253.\frac{11}{12}.100}{1746\frac{1}{12}.5.} = \frac{304700}{104765} = 2 \text{ Jahr}$$

10 Monat, 24 Tage.

Denn

Denn es muß für den Schuldner gleichviel seyn, 2000 thlr. in 5 einjährigen Terminen nach und nach, oder dafür sogleich mit 5 Procent Rabbat, $1746\frac{1}{12}$ thlr. zu bezahlen. Soll nun die Schuld in einem mittlern Zahlungstermine abgetragen werden; so ist es eben so viel, als ob er jetzt $1746\frac{1}{12}$ thlr. borgte, um sie mit Zinsen, wann dieselben $253\frac{11}{12}$ thlr. betragen würden, wieder zu geben, und dieß geschiehet nach 2 Jahren $10\frac{4}{5}$ Monat. Denn (§. 110, 7.)

$$\frac{1746\frac{1}{12} \cdot 34\frac{4}{5} \text{ Monat. } 5.}{100.\ 12} = \frac{20953.174.5.}{100.12.125} = \frac{20953.29}{100.6.4}$$

$= 253\frac{437}{2400}$ thlr.

Der geringe Unterschied, der wie leicht einzusehen ist, nicht vermieden werden kann, kommt nicht in Betrachtung.

5) Wären die jährlichen Zahlungen zu verzinsen, so darf bey Ausmittelung des Zahlungstermins, nach einfachen Zins, das Procent nicht mehr der Willkühr des Rechners überlassen, sondern das landübliche muß dafür genommen werden. Davon wird der verabredete Zins abgezogen, nach Maßgabe des Restes, als neuer Zinsfuß betrachtet, (§. 110, 16.) der Zins aller jährlichen Zahlungen gesucht, und aus demselben (§. 110, 8) die Zeit ausgemittelt, wie lange die Hauptsumme zu 5 Procent ausstehen müsse, um den gefundenen Zins zu tragen. Diese Zeit ist der Zahlungstermin für den Schuldner.

Z. E. 2000 thlr. sind in 5 jährlichen Terminen, jeden mit 400 thlr. zahlbar, die jedoch bis zur Verfallzeit 2 Procent Zins tragen, sollen in einem mittlern Zahlungstermin abgetragen werden. Wenn wird dies geschehen müssen?

Der

Der Unterschied der Procente ist 5 − 2 = 3. Man sucht daher was 400 thlr. in 5 einjährigen Zahlungen zu 3 Procent Zins tragen:

(§. 110, 16) $\frac{400\ 15 \cdot 3}{100} = 180$ thlr.

und berechnet dann die Zeit, welche 5 . 400 = 2000 thlr. erfordern, um 180 thlr. zu 5 Procent einzubringen:

(§. 120, 8) $\frac{180}{100} = \frac{18}{10} = 1,8$ Jahr.

Der Gläubiger hingegen kann rechnen

für 400 thlr. in 4 + 3 + 2 + 1 = 10 Jahr. a 5 Proc. 200 tlr.
400 tlr. in 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 ' a 2 ' 120 '

überhaupt ' 320 thlr.

und diese Summe erhält er zu 5 Procent von 2000 thlr. (§. 110, 8) in $\frac{320}{100} = \frac{32}{10} = 5 - 1,8 = 3,2$ Jahren.

6) Soll die vorhergehende Aufgabe (5) nach der Zinseszinsrechnung aufgelöset werden; so suche man nach §. 113, 10, den jetzigen Werth des ganzen Kapitals, und zwar immer mit 5 Procent doppelten Rabbat. Ferner suche man nach §. 112, 4, wie viel Zeit erfordert wird, damit diese gefundene Summe mit 5 Procent Zinseszins zur Größe des ganzen Kapitals anwachsen könne. Der jetzige Werth von 2000 thlr. die in 5 jährigen Terminen mit 400 thlr. zahlbar, jedoch mit 2 Procent verzinset werden sollen, ist mit 5 Procent doppelten Rabbat §. 113, 10, = 1835 thlr., und 1835 thlr. erfordern, um mit 5 Procent auf 2000 thlr. anzuwachsen §. 112, 4.

log. 2000 = 3, 3010300
' 1835 = 3, 2636361

0, 0373939

divid. mit l. 1, 05 = (§. 98, 5) 211893 = 1, 76, daher

der

der Schuldner des Kapital, von diesen Augenblick an, nur 1, 76 Jahre behalten darf.

7) Um dieselbe Aufgabe nach der einfachen Rabbatrechnung aufzulösen; so suche man den jetzigen Werth der ganzen Schuld mit 5 Procent Rabbat. Dieser ist (§. 111, 9) = 1847, 27. Dann wird berechnet (§. 110, 7) wie viel Zeit erfordert wird wenn 1847, 27 thlr. a 5 Procent Zins, zu 2000 thlr. anwachsen sollen. Nun ist 2000 thlr. — 1847, 27 = 152, 73 = und der Zins von 1847, 27 für 1 Jahr ist = 92, 7. Daher $\frac{152,7}{92,7} = 1\frac{3}{5}$ Jahr = 1, 6.

Den Grund hievon sehe man No. 4.

8) Ist die Zeit des ersten Termins der jährlichen Zahlung etwas hinausgesetzt, so daß derselbe wie in dem vorhergehenden Beyspiele erst nach dem 5ten, also mit Ende des 6ten Jahres anfinge; so berechnet man den Nutzen des Schuldners

1) nach einfachen Zins §. 110, 7 auf 15 + 6 + 7 + 8 + 9 + 18 = 55 Jahre, und sucht dann den mittlern Zahlungstermin nach §. 114, 1.

2) nach einfachen Rabbat, nach §. 111, 8, und §. 114, 4.

3) nach doppelten Rabbat nach §. 113, 8 und §. 114, 3.

Beispiele davon zu geben, würde überflüßig seyn.

9) Sind die jährlich zu bezahlenden Summen ungleich; folgen die Zeiten nicht in gleichen Zwischenräumen aufeinander; sollen z. B. 2000 thlr. in 3 Terminen, und 900 thlr. nach 6 Jahren bezahlt, unterdessen aber in einem mittlern Zahlungstermin abgetragen werden; so findet man denselben:

1) Nach der einfachen Zinsrechnung, den einfachen Zins von 300 thlr. auf 3 Jahr, von 800 thlr. auf 4 Jahr, und von 900 thlr. auf 6 Jahr sucht (§. 110, 2) und aus der Summe des Zinses (6), die Zeit bestimmt.

Nun geben 300 thlr. in 3 Jahren 45 thlr.
800 ' ' 4 ' ' 160.
900 ' ' 6 ' ' 270.
Summe 475 thlr.

und (§. 110, 8) $\frac{475}{100}$ = 4, 75 Jahre.

Ein gleiches erhält man, wenn jede jährliche Zahlung mit ihrer Zeit multiplicirt, und die Summe der Producte mit den Kapitalen dividirt wird (§. 110, 2)

Nun sind 300. 3 = 900
800. 4 = 3200
900 6. = 5400
9500, und $\frac{2500}{2000}$ =

$4\frac{3}{4}$ = 4, 75 Jahr.

2) Nach der Zinseszinsrechnung, vermittelst Auflösung der Formel:

$$\frac{300.105^3}{100^3} + \frac{800.105^4}{100^4} + \frac{900.105^6}{100^6}$$

Es ist daher log. 105^3 = 6,0635679
' 300 = 2,4771212
log. $105^3 + 300 - 100^3$ = 2,5406891 = 347, 3 thl.
log. 105^4 = 8,0847574
' 800 = 2,9039900
10,9878474
log. 100^4 8
l. $105^4 + 800 - 100^4$ = 2,9878474 = 972, 4.
Summa 1319, 7 thlr.

log.

Transport: = 1319, 7 thlr.

log. 105^6 = 12, 12713 58
' 900 = 2, 9542425

15, 0813783

log. 100^6 = 12,

l. $105^6 + 900 - 100^6$ 12, 0813783 = 1206, 8.

Summa: 2526, 5 thlr.

Der Schuldner aber kann noch den Zinseszins, von dem Zinse der ersten Post, nemlich von 47, 3, auf 3 Jahr, und von dem Zinse der zweyten Post, nemlich von 172, 4, in Anschlag bringen. Es ist daher:

$\frac{105^3 . 47,3}{103^3}$ = ' ' 54, 7

und $\frac{105^2 . 172,4}{100^2}$ = ' ' 190, 1

Summa 244, 8.
subtrahirt 47, 3 + 172, 4 = 219, 7

Restirt ' 25, 1
addirt obiges Kapital ' ' 2526, 5.

Hauptsumma 2551, 6.

und 2000 thlr. erfordern, um zu 2551, 6 thlr. zu 5 Procent Zinseszins anzuwachsen (§. 112, 4) an Zeit 4, 9 Jahre.

Berechnet man hingegen den Nutzen des Gläubigers, so kann dieser keinen andern, als den Zins von 300 thlr. auf 3 Jahr, und den Zins von 800 thlr. auf 2 Jahr, in Anschlag bringen. Dieser Zins ist:

$$\frac{300.\ 105^3}{100^3} = \text{'}\ \text{'}\ 347,\ 3.$$

$$\frac{800.\ 105^2}{100^2} = \text{'}\ \text{'}\ 882,\ 0.$$

1229, 3.

Davon 300 + 800 = 1100

abgezogen läßt 129, 3 thlr.

als Gewinn übrig. Nun bestimme man, wie lange 300 + 800 + 900 = 2000 thlr. auf Zinseszins ausstehen müssen, um zu 2000 + 129, 3 thlr. = 2129, 3 anzuwachsen. Die Rechnung: § 112, 4.

log. 2129, 3 = 3, 3282367

log. 200 = 3, 3010300

log. 2129, 3 - 2000 = 0, 0272067.

giebt für $\frac{27206700}{211893}$ = 1, 1 Jahr.

log. 105

Der Schuldner behält also das Kapital 4, 9.

und der Gläubiger ' ' 1, 1.

und steht dasselbe überhaupt aus: ' 6 Jahre;

welches zugleich zur Probe dient.

3) Nach der einfachen Rabbatrechnung, sind mit 5 Procent Rabbat, jetzt werth

300 thlr. nach 3 Jahren zahlbar = $260\frac{20}{23}$

800 ' ' 4 ' ' = $666\frac{2}{3}$

900 ' ' 6 ' ' = $692\frac{4}{13}$

2000 thlr. überhaupt: 1619, 84.

und 1619, 84 thlr. wachsen zu 2000 thlr. an, in

$$2000 - 1619,\ 84 = \frac{380,\ 16.\ 100}{5.\ 1619,\ 84} = 4,69 \text{ Jahren.}$$

10) Bisweilen wird ein Theil der Schuld eher bezahlt, um für das Uebrige Aufschub zu erhalten; alsdann berechnet man den Zins des Kapitals für die erst bestimmte Zeit, und hierauf, wie lange der Rest ausstehen müsse, um den gefundenen Zins zu tragen. Es sollen z. B. in 4 Jahren 5000 thlr. bezahlt werden; man bezahlt aber 2000 thlr. sogleich; wie lange kann der Schuldner den Rest der 3000 thlr. noch behalten?

Auflösung:

Die Zinsen von 5000 thlr. in 4 Jahren sind $\frac{5000 \cdot 20}{100} = 1000$ thlr. und 3000 thlr. geben 1000 thlr. Zinsen in $\frac{1000 \cdot 100}{3000} \cdot \frac{20}{5} = \frac{20}{3}$ $6\frac{2}{3}$ Jahren. Denn der der Schuldner muß die 5000 thlr. auf 1000 thlr. Zins nutzen können; da er aber von den 3000 thlr. nur 600 thlr. Zins erhalten kann; so müssen ihm solche so lange gelassen werden, bis er 1000 – 600 = 400 thlr. damit erworben hat, und dieß geschiehet, vom letzten Termin an über $2\frac{2}{3}$ Jahre, oder von heute an, über $6\frac{2}{3}$ Jahre.

11) Sind mehrere Termine vorhanden; sollen z. B. 5000 thlr. in 5 Jahren, und zwar 500 thlr. nach 2 Jahren, 3400 thlr. nach 4 Jahren, und 1100 thlr. mit Ablauf des 5ten Jahres bezahlt werden; man bezahlt aber 400 thlr nach 1 Jahre, 1200 thlr. nach 2 Jahren, und 500 thlr. nach 3 Jahren, und frägt es sich, wenn der Rest mit 2900 thlr. zu bezahlen ist? – so berechnet man den Nutzen, welchen der Schuldner von dem Kapitale haben kann, und den Nutzen, welchen derselbe von den vorausgezahlten Summen gehabt hat; ziehet diesen von jenem ab, und sucht dann, wie lange der noch zu bezahlende Theil des Kapitals ausstehen müsse, um so viel Zins zu tragen, als die oben gefundene Differenz anzeigt.

In dem vorliegenden Falle also wird der Schuldner

erhalten können.			Hat erhalten.		
von 500 thl.	2 Jahr	= 50.	v. 400 thl.	1 Jahr	= 20 thr.
„ 3400 „	4 „	= 980.	„ 1200 „	2 „	= 120 „
„ 1100 „	5 „	= 275.	„ 500 „	3 „	= 75 „
5000 thlr.		1005 thl.	2100 thlr.		115 thr.
2100 subtrah.		215			
2900 thlr. Reste		790 thlr.			

und 2900 thlr. gewinnen 790 thlr. Zinsen, in

$$\frac{100 \cdot 790}{2900 \cdot 5} = \frac{185}{29} = 5,44 \text{ Jahr.}$$

Oder man rechnet nach §. 110, 3.

500 thlr.	geben in	2 Jahr	so viel als	1000 thlr.	in
3400 „		4 „		13600 „	1
1100 „		5 „		5500 „	Jahr.
5000				20100	

und 400 thlr.	geben in	1 Jahr.	so viel als	400 thlr.	in
1200 „		2 „		2400 „	1
500 „		3 „		1500 „	Jahre.
2100				4300	
5000				20100	
2100				4300	
2900				15800	

Daher $\frac{15800}{2900} = \frac{158}{29} = 5,44$ Jahr.

Der Schuldner kann die 2900 thlr. also, vom 3ten Jahre an, noch 5, 44, oder 5 Jahr, 5 Monat, 8 Tage, behalten.

Freilich sind dergleichen Verträge immer zum Nachtheil des Gläubigers; denn derselbige sollte eigentlich Nutzen haben:

Von

Von 500 thlr. in 6, 44 Jahr = 3220,00 thlr.
' 3400 ' ' 4,44 ' = 15096,00
' 1100 ' ' 3,44 ' = 3784,00

221,00,00
5

1105 thlr.

Er erhält aber nur.
Von 400 thlr. auf 7,44 Jahr = 2076,00
' 1200 ' ' 6,44 ' = 7728,00
' 500 ' ' 5,44 ' = 2720,00

134,24,00
5

671,20 thlr.

und hat folglich 1105 - 671,20 = 433,80 thlr. Schaden; ist der Handel aber einmal geschlossen: so muß er so berechnet werden.

Veränderte Zahlungstermine.

§. 115.

Veränderte Zahlungstermine finden statt, wenn Schuldner und Gläubiger untereinander verabreden, daß ein Kapital, das entweder sogleich, oder in gleichen Zeiten und in gleichen Summen zu bezahlen ist, in andern Zwischenzeiten abgetragen werden soll. Folgende Hauptfälle können dabey vorkommen.

1) Es sollen 1544, 347 thlr. mit 5 Procent Zinseszins in 10 jährlichen Terminen, in gleichen Summen wieder abgetragen werden; wie hoch wird sich die jährliche Zahlung belaufen?

Auflösung:

Dieses ist das umgekehrte Exempel von §. 113, 5; dort ist die jährliche Zahlung mit $a - b. \left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}$

mul-

multiplicirt; hier muß also das Kapital 1544,347 thlr. damit dividirt werden.

$\frac{a}{b} = \frac{100}{105} = \frac{20}{21}$; n = 10; C = 1544,347 folglich

$$x = \frac{C}{a - b.\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}} =$$

$$= \frac{1544,347}{20 - \frac{21.20^{11}}{21^{11}}} \qquad \frac{1544,547}{= 20 - \frac{20}{21^{10}}}$$

Nun ist: log. 20^{11} = 14,3113300
' 21^{10} = 13,2221930

1,0891370 = 12,278.

Ferner: 20 - 12,278 = 7,722. Daher
log. 1544,347 = 3,1887598
' 7,722 = 0,8877298

Rest = 2,3010300 = 200 thlr. für die jährliche Zahlung.

2) Wie viel muß für 1732, 36 thlr. mit 6 Procent Zinseszins in vier jährlichen Terminen, in gleichen Summen gegeben werden? (§. 113, 6.)

Auflösung:

Mit: $\frac{50}{3} - \frac{53.50^5}{3\ 53^5} = \frac{50}{3} - \frac{50^5}{3.53^4}$, muß das Kapital der 1732,36 thlr. dividirt werden.

Nun ist: log. 50^5 = 8,4948500
' 53^4 = 6,8971036

1,5977464
log. 3 = 0,4771232

1,1206252.

Die

Dieser Logarithme gehört zu 13,20
Es ist aber $\frac{5}{3}^0$ = 16,66
subtrahirt: " " - 13,20
Differenz = 3,46

Ferner ist: log. 1732,36 = 3,2386382
3,46 = 0 5390761
Differenz = 2,6995621.

Dieser Logarithme gehört zu 500. Der darüber befindliche Ueberschuß von 0,6, läßt sich leicht erklären.

3) Es sollen 1780,35 thlr. mit 5 Procent Zins auf Zins, in vier jährlichen Terminen wieder gegeben, mit Bezahlung des ersten Termins, jedoch erst nach Ablauf des 5ten Jahres der Anfang gemacht werden; wie viel wird bezahlt werden müssen?

Auflösung.

Die Entwickelung der Formel (§. 114, 8.)

$$\frac{1780,35}{\frac{21.20^5}{21^5} - \frac{21.20^{10}}{21^{10}}} = \frac{1780,35}{\frac{20^5}{21^4} - \frac{20^{10}}{21^9}}$$

giebt das Verlangte.

Es ist: log 20^5 = 6, 5051500
" 21^4 = 5, 2888772
1, 2162728 " " 16, 45.
und " log. 21^{10} = 13, 0103000
" 21^9 = 11, 8999737
1, 1103263 " " 12, 89
Differenz 3,56.

ferner $\frac{1780,35}{3.56}$ = 500 thlr.

Denn

Denn log. 1780,35 = 3,2505054
3,56 = 0,5514500

2,6990553 = 500 thlr.

4) Es sollen 2000 thlr. nach 3, 5, und 7 Jahren, mit 5 Procent Zinseszins, in gleichen Summen wieder gegeben werden; wie hoch beläuft sich die jedesmalige Zahlung?

Auflösung:

Die gesuchte Zahl ist: $= \frac{2000}{(\frac{100}{105})^3 + (\frac{100}{105})^5 + (\frac{100}{105})^7}$

Man sucht daher von dem Nenner dieses Bruches den Werth der einzelnen Theile, vermittelst der Logarithmen:

log. 100^3 = 6,0000000
105^3 = 6,0635679

0,9354321 = 0,8638

log. 100^5 = 10,0000000
105^5 = 10,1059465

0,8940535 = 0,7865

log. 100^7 = 14,0000000
105^7 = 14,1483251

0,8516749 = 0,7106

und mit der Summe 2,3579.

dividirt man das Kapitel:

log. 2000 = 3,3010300
2,357 = 0,3723596

2,9287704

Dieser Logarithme gehört zur Zahl 848,7, folglich müssen in den bestimmten Terminen 848,7 thlr. gezahlt werden.

Man

Man mache die Probe und berechne was 848, 7 thlr. nach 3, 5 und 7 Jahren zahlbar, mit 5 Procent doppelten Rabbat jetzt werth sind; so findet man:

$$\text{Log. } \frac{100^3 \cdot 848{,}7}{105^3} = 2{,}8652125 = 733{,}1.$$

$$\text{,, } \frac{100^5 \cdot 848{,}7}{105^5} = 2{,}8228239 = 665{,}0.$$

$$\text{,, } \frac{100^7 \cdot 848{,}7}{105^7} = 2{,}7804443 = 602{,}1.$$

2000, 2.

5) Soll der erste Termin sogleich bezahlt werden, so berechnet man nur einen Termin weniger; d. h. die Dignität wird um Eins vermindert, ausserdem aber nur der Nenner des Bruches, (§. 113, 5) gebraucht.

Z. E. 1836, 508 thlr. sollen mit 6 Procent Zinseszins in vier jährlichen Terminen bezahlt, mit der Zahlung aber sogleich angefangen werden; wie viel wird man erhalten? (Vergl. §. 113, 7.)

Die Formel:

$$\frac{1826{,}508}{\frac{53}{3} - \frac{53 \cdot 50^4}{3 \cdot 53^4}} = \frac{1836{,}508}{17{,}66 - \frac{50^4}{3 \cdot 53^3}}$$

giebt das Verlangte.

Nun ist: Log. $50^4 = 6{,}7958800$

,, $53^3 = 5{,}6499489$

$1{,}1459311 = 13{,}99.$

Da nun $17{,}66 - 13{,}99 = 3{,}67$ ist; so hat man:

Log. $1836{,}508 = 3{,}2640385$

,, $3{,}76 = 0{,}5646661$

Differenz $= 2{,}6993724 = 500$ thlr.

6) Es sind 6000 thlr. nach 10 Jahren ohne Zins fällig; man will solche aber mit 5 Procent doppelten Rabbat, in 10 jährlichen Terminen, wovon der erste sogleich anfängt, erheben, so, daß die jährliche Zahlung mit den Zinsen, jährlich zu der Zahlung selbst addirt, am Ende des 10ten Jahres 6000 thlr. macht; wie groß muß diese jährliche Zahlung seyn?

Auflösung:

Man findet das Gesuchte durch Entwickelung des Ausdrucks:

$$\frac{6000.5.}{\quad}$$

$$105 - \left(\frac{105}{100}\right)^{10}.\ 105 \text{ oder: } \left(\frac{105^{10}.\ 105}{100^{10}}\right) - 105.$$

Die Ausrechnung ist:

log: $105^{10} = 20,\ 2118930$
$105 = 2,\ 0211893$

$22,\ 2330823$

subtrahirt $100^{10} = 20$

$2,\ 2330823 = 171,024.$

Nun ist: $171,024 - 105 = 66,\ 024.$

Daher log. $30000 = 4,\ 4771212$
$66,024, = 1,\ 8197318$

$2,\ 6574194$

dessen Zahl ist $= 454,\ 38.$

7) Man ist 6000 thlr. schuldig, und trägt jährlich, und zwar mit Anfange jedes Jahres, 454, 38 thlr. ab; welche der Gläubiger zu 5 Procent Zins auf Zins nutzen soll; wie oft werde ich die genannte jährliche Summe zahlen müssen?

Die

Die Antwort ist in der Formel:

$$\frac{\text{L.}(6000.5+454{,}38.100+454{,}38.5)-\text{L.}(454{,}38\cdot5+454{,}38\cdot100)}{\text{log. }\frac{105}{100}}$$

enthalten,

Man addirt also 6000. 5 = 30000
454,38.100 = 45438
454,38 5 = 2271,9
77709,9

wofür man immer 77710 setzen kann; der Logarithme dieser Zahl ist = 8904769.

Ferner: 454,38.100 = 45438
und 454,38. 5 = 2271,9
Summa: 47700,9

und der log. von 47710 = , 6786094, dieser wird subtrahirt von log. 77710 = , 8904769
bleibt = 2118675, und dieses dividirt mit log. $\frac{105}{100}$ = 211893, kommt 10 Jahr.

Verschiedene, in die doppelte Zins und Rabbatrechnung einschlagende, Aufgaben.

§. 116.

1) Von 6000 thlr. die zu 5 Procent Zinseszins ausstehen, will man jährlich 500 thlr. verzehren; wie lange wird man damit reichen?

Auflösung:

Allgemein bringe man einen Bruch, dessen Zähler 100, und dessen Nenner 100 + das gegebene Procent ist, auf die kleinste Benennung; multiplicire dann die jährliche Zahlung mit dem Zähler dieses Bruches; zwischen diesem Producte und dem Anlage-Kapitale suche man die Differenz, und dividire damit, die mit dem Zähler multiplicirte jährliche Zahlung; so erhält man einen

nen Quotienten, dessen Logarithme so vielmal so groß ist, als die Dignität des obigen Bruches, die er in dem vorliegenden Falle haben muß, und welches die gesuchte Zahl ist, Einheiten hat. Dividirt man nun den gefundenen Logarithmen mit dem Logarithmen des gegebenen Procents weniger 100; so ist der Quotient die gesuchte Zahl. (§. 98, xi.)

Nach obigem Beispiele ist $\frac{100}{105} = \frac{20}{21}$, 20. 500 = 10000; 10000 - 6000 = 4000. Daher

$$\frac{10000}{4000} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}.$$

Nun ist Log. 5 = 0, 6989700
' 2 = 0, 3010900
' $\frac{5}{2}$ = 0, 3979400

und $\frac{3979400}{211893}$ = 18, 780 Jahre.

Log. 1, 05 oder $\frac{21}{20}$

Das heißt: achtzehnmal am Ende jedes Jahres werden 500 thlr. bezahlt, und am Ende des 19ten Jahres nach 500. 0, 780 = 390 thlr. nachgegeben. Diese 390 thlr. sind der Ueberschuß des 18ten Jahres nebst den Zinsen, bis Ende des 19ten Jahres. Will man den Ueberschuß aber selbst wissen; so braucht man nur von 390 thlr. den gegenwärtigen Werth zu suchen. Es ist derselbe: $\frac{100 : 390}{105}$ = 371, 42, welches alles bis auf eine Kleinigkeit mit §. 112, 14, 15. übereinstimmt.

Noch eine Probe sey die Entwickelung der Formel:

$$10000 - 4000.\ (\tfrac{21}{20})^{18,78}$$

nach welcher man zu wissen verlangt, wie groß das Kapital nach 18, 78 Jahren sey.

log. 21. = 1, 3222193
1878

105777544
92555351
105777544
13222193

log. $21^{21,78}$ = 24, 8312784
4000 = 3, 6020600

28, 4333384
log. $20^{18,78}$ = 24, 4333434

3, 9999950 = 9999, 884

von 10000 abgezogen bleiben 0, 116 übrig, eine Kleinigkeit die noch hätte vermieden werden können, wenn mit mehrern Decimaltheilen wäre gerechnet worden. Das Anlage-Kapital muß also mit dem Ende des 18,78sten Jahres ganz verschwunden seyn.

2) Will man umgekehrt, eine 18 jährige Zeitrente, von 500 thlr. kaufen; so findet man das dazu erforderliche Kapital, wenn man nach §. 113, 5. sucht: wie viel für 18. 500 = 9000, die in 18 jährigen Terminen jedesmal mit 500 thlr. bezahlt werden sollen, gegenwärtig gegeben werden muß. Den vorliegenden Fall beantwortet die Formel:

$$2.500 - 21.500.\left(\tfrac{20}{21}\right)^{19}$$

oder $10000 - \dfrac{10500\ 20^{19}}{21^{19}}$

log. 10500 = 4, 0211893
20^{19} = 24, 7195790

28, 7407683
21^{19} = 25, 1221667

3, 6186016 = 4155, 292,

und

und 1000 − 4155, 292 = 5844, 708 thlr. als so viel sogleich muß erlegt werden.

Oder: da die Zinsen immer weniger betragen, als die Rente, aus:

$$\frac{500 \cdot 100}{5} - \frac{500 \cdot 100}{5} \cdot \left(\frac{100}{105}\right)^{18} =$$

$$= 10000 - \frac{10000 \cdot 100^{18}}{105^{81}}$$

Nun ist log. $10000 = 4,0000000$

$100^{18} = 36,0000000$

$40,0000000$

105^{18} $36,3814074$

$3,6185926$

Dessen Absolut-Zahl ist = 4155, 206., welche von 10000 subtrahirt, 5844, 794, für die sogleich zu erlegende Summe übrig läßt.

3) Man will für 5849 thlr. eine 18 jährige Zeit-Rente, mit 5 Procent Zinseszins kaufen; wie viel wird man jährlich erhalten?

Ein ähnlicher Fall ist §. 115, 1, befindlich. Hier findet man das Gesuchte aus

$$\frac{5846}{20 - \frac{21 \cdot 20^{19}}{21^{19}}}$$ für $\frac{21 \cdot 20^{19}}{21^{19}}$! kann man auch $\frac{20^{19}}{21^{18}}$ nehmen.

Es ist: log. 21 = 1, 3222193
' 20^{19} = 24, 7195790
26, 0417983
' 21^{19} = 25, 1221667
0, 9196316 = 8, 31,
und 20 - 8, 31 = 11, 69.

Ferner: log. 5849 = 3, 7670816
' 11, 69 = 1, 0678145
2, 6992671

Dieser log. fällt zwischen 500 und 501, und ist: 500, 3423 thlr., oder 500 thlr. 8 gr. 2 pf.

Nimmt man aber für 5844, 708 thlr. die volle Zahl 5845, so ist: log. 5845 = 3, 7667845
' 11, 69 = 1, 0678145
und = 2, 6989700 = 500 thl.

Dieß kann man auch ohne Logarithmen rechnen, denn $\frac{5845}{11,69}$ ist ebnfalls = 500; und 500 . 11, 69 = 5845.

4) Eine andere Auflösung von Fällen (wie 3) ist folgende: Z. E. Es sollen 10000 zu 5 Procent Zinseszins in 10 Jahren verzehrt werden; wie viel wird man am Ende jedes Jahres erhalten?

Die Ausrechnung geschieht nach der Formel:

$$100 - \frac{10000 \cdot 5 \cdot}{\frac{100 \cdot 100^{10}}{105^{10}}}$$

Hier

Hier ist log.. 100. 200^{10} = 22, 0000000
105^{10} = 20, 2118930
Differenz = 1, 7871060

Dieser Logarithme gehört der Zahl 61, 39, von 100 subtrahirt, bleiben 38, 61; damit dividirt man obige 10000. 5 = 50000, so erhält man:

$$\frac{50000,00}{38,61} = 1295,003 \text{ thlr.}$$

Weil sich der log. von 100 leicht multipliciren läßt, so ist diese Art der vorhergehenden weit vorzuziehen. Ich brauche wol nicht zu erinnern, daß die Zahl 5, womit das Kapital dividirt, das Procent bedeutet, und der Nenner 105, eben dieses Procent und 100 ist.

5) Auf eine Sache geschehen vier Gebote;

I. 20000 thlr. baar.

II. 26000 thlr. so; 8000 thlr. baar, 5000 thlr. jährlich nach 1, 2 und 3 Jahren, und 3000 thlr. nach 4 Jahren.

III. 25000 thlr. nemlich 10000 thlr. baar, 10000 thlr. nach 3 Jahren, und 5000 thlr. nach Ablauf des 4ten Jahres; und

IV. 22000 thlr. wovon 16000 thlr. sogleich, und 6000 thlr. in 6 jährlichen Terminen bezahlt werden sollen.

Wer hat am meisten geboten?

Auflösung:

Man hat nichts weiter nöthig, als sämtliche Posten auf den jetzigen Werth zu bringen. Das sonst zu bestimmende Procent sey hier 5.

Bey

Bey dem IIten Gebote findet man den gegenwärtigen Werth einer dreyjährigen Rente von 5000 thlr., am Ende eines jeden Jahres zahlbar, aus: (§. 113, 5.)

$$\frac{5000 \cdot 100}{5} - \frac{5000 \cdot 100}{5} \cdot \left(\frac{100}{105}\right)^3 =$$

$$100000 - \frac{100000 \cdot 100^3}{105^3}$$

log. 10000 = 5,
" 100^3 = 6,
11, 0000000
" 105^3 6, 0635679
4, 9364321 = 86383, 55

von 100000 abgezogen, bleiben 13616, 45.

Ferner: 3000 thlr. nach 4 Jahren zahlbar, sind jetzt werth

$$\frac{3000 \cdot 100^4}{105^4} = 2468, 10.$$

und das ganze Gebot beträgt 8000, 10
13616, 45
2468, 10
24084, 55 thlr.

Bey dem IIIten Gebote sind 10000 nach 3 Jahren

$$\frac{10000 \cdot 100^3}{105^3}$$

log. 10000 = 4.
" 100^3 = 6.
10, 0000000
" 105^3 = 6, 0635679
3, 9364321 = 8638, 35 und

und 5000 nach 4 Jahren $\frac{5000.100^4}{105^4}$

log. $5000 + 100^4 = 11,6989700$

, $105^4 = 8,0847572$

$3,6142128 = 4113\ 51$

und das IIIte Gebot überhaupt ist jetzt werth

10000

8638, 35

4113, 51

22751, 86 thlr.

Bey dem IVten Gebote ist der Werth einer 6 jährigen Rente von 1000 thlr. $= \frac{1000.\ 100}{5.} - \frac{10000.\ 100^6}{105^6} =$

$20000 - \frac{20000.\ 100^6}{105^6}$. nemlich

log. $20000 = 4,3010300$

, $100^6 = 12,$

$16,3010300$

, $105^6 = 12,1271358$

$4,1738942 = 14924,30$

von 20000 abgezogen bleiben 5075, 70

dazu addirt 16000, 00

folglich des IVte Gebot = 21075, 70 thlr.

Da nun: I. 20000 thlr.

II. 24084, 55 thlr.

III. 22751, 86 ,

IV. 21075, 70 ,

so ist leicht zu ersehen, daß das zweite Gebot das beste ist.

6) Für die Nutzung eines Unterpfandes, welche jährlich 750 thlr. beträgt, werden sogleich 6000 thlr. bezahlt. Nach 10 Jahren wird Abrechnung gehalten; wie viel wird der Eine dem Andern herausgeben müssen?

Auflösung:

Man betrachtet die jährliche Nutzung der 750 thlr. als eine Rente, und findet nach §. 112. den Zustand des Kapitals, aus

$$6000 - 20.750.\left(\tfrac{21}{20}\right)^{12} + 20{,}750 = 15000 - \frac{9000.21^{12}}{20^{12}}$$

$$\text{oder } 15000 - \frac{9000.\ 105^{10}}{100^{10}.}$$

Es ist aber log. $9000 = 3{,}9542425$

$$\text{'} \quad 105^{10} = 20{,}2118930$$

$$\text{'} - 100^{10} = 4{,}1661355. = 14665{,}06.$$

von 15000 subtrahirt, bleiben 334, 94 thlr., welche dem Gläubiger vergütet werden müssen.

Wird hingegen nach 12 Jahren abgerechnet so muß nunmehr der Gläubiger

$$\text{log. } 9000 = 3{,}9542425$$

$$\text{'} \quad 105^{12} = 24{,}2542716$$

$$\text{'} - 100^{12} = 4{,}2085141 = 16162{,}7. - 15000$$

$= 1162{,}7$ thlr. dem Schuldner herausgeben. So viel nemlich das Unterpfand über 15000 thlr. Nutzen bringt: so viel muß der Gläubiger dem Schuldner vergüten. (§. 112, 11.)

Nach No. 1 findet man, wie lange der Gläubiger das Unterpfand behalten darf, nemlich:

$20.750 = 15000$; $15000 - 6000 = 9000$; und $\frac{15000}{9000} = \frac{5}{3}$.

log. 5 = 0, 6989700
3 = 0, 4771212
0, 2218488

und log. 2218488 = 10, 47. Jahr.
log. 1, 05, 211893

Dritte Abtheilung.

Deutsche Bibliothek

Die Gesellschaftsrechnung.

§. 117.

In der Gesellschaftsrechnung wird ein Ganzes, nach gewissen Verhältnissen zu theilen, gegeben. Es gehört dahin die Vertheilung des Gewinnstes oder Verlustes, beym Gesellschaftshandel, bey Erbschaften, Unglücksfällen und noch mehrere andere Dinge, die in den folgenden Beispielen, als allgemeine Aufgaben, angeführt werden sollen.

1) Es sind 3000 thlr. unter vier Personen, A, B, C, D, dergestalt zu vertheilen, daß A $\frac{1}{4}$; B, $\frac{1}{2}$; C, $\frac{3}{5}$; und D, $\frac{5}{6}$ erhalte.

Auflösung:

Diese Aufgabe muß man nicht so verstehn, als ob die bekannten Personen $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$ des Ganzen erhalten sollten; sondern ihre Theile müssen sich wie $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$, gegen einander verhalten. Man bringe daher diese Brüche auf einerley Nenner, nemlich $\frac{15}{60}\frac{30}{60}\frac{36}{60}\frac{50}{60}$; addire die Zähler $15 + 30 + 36 + 50 = 131$, mit dieser Summe dividire man das Kapital $= \frac{3000}{131} = 22,9$; und gebe davon dem A, 15; dem B, 30; dem C, 36; und dem D, 50 Theile; so erhält:

A. 22, 9. 15 = 343, 5.
B. 22, 9. 30 = 687, 0.
C. 22, 9. 36 = 824, 4.
D. 22, 9. 50 = 1145, 0.

so ist die Summe 2999, 9 thlr.

Um

Um der Kürze willen ist mit Decimalbrüchen gerechnet worden, daher in der Summe $\frac{1}{10}$ thlr. zu wenig herauskommt.

2) Zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte schiessen A, 2000 thlr. B, 2500 thlr. C, 1500 thlr. und D, 1000 thlr. her. Man gewinnt damit 550 thlr.; wie viel wird jeder zu seinem Antheile erhalten?

Auflösung:

Der Antheil eines Jeden muß sich zum ganzen Gewinn verhalten, wie sich seine Einlage zur Hauptsumme aller Einlagen verhält; und da die Hauptsumme 7200 thlr. beträgt; so erhält

A, $\frac{2000.550}{7200}$; B, $\frac{2500.550}{7200}$; C, $\frac{1500.550}{7200}$; und D, $\frac{1000.550}{7200}$.

Haben aber sämmtliche Einlagen ein gemeinschaftliches Maaß; so nimmt man statt derselben ihre Quotienten, und die Summe dieser letztern statt der Hauptsumme, um die Rechnung einfacher zu machen. Werden z. B.

2000	mit 5 dividirt		4
2500	so sind		5
1500	die Quotienten.		3
1000			2
und 7200			14.

Nun ist

für A, $\frac{4.550}{14} = \frac{1100}{7} = \text{,,,} 157, 14$

B, $\frac{5.550}{14} = \frac{1375}{7} = \text{,,,} 196, 43$

C, $\frac{3.550}{14} = \frac{825}{7} = \text{,,,} 117, 85$

D, $\frac{2.550}{14} = \frac{550}{7} = \text{,,,} 78, 57$

Summa 549, 99.

3) A beginnt einen Handel mit 5000 thlr. Nach vier Monaten kommt B darzu, und giebt 4000 thlr. Zwey Monat darauf tritt C ebenfalls mit einer Einlage von 3500 thlr. bey, zu dem sich nach einem halben Jahre auch D mit 2000 thlr. gesellt. Nach $1\frac{1}{2}$ Jahren vom Anfange an ist das Geschäft geendiget, und ein Gewinn von 1500 thlr. vorhanden; wie viel wird ein Jeder erhalten?

Auflösung:

Wirkungen verhalten sich wie die Producte aus den Zeiten in die Ursachen; folglich die Gewinnste wie die Producte der Kapitale in Zeiten. Man könnte also das Gesuchte vermittelst Anwendung des §. 105. beschriebenen Verfahrens leicht finden. Doch ist folgende Berechnung vorzuziehen.

5000	thlr.	in	18	M.	so viel als	90000	thlr.	in 1 Monat.
4000	'	gewinnen	14	'		56000	'	
3500	'		12	'		42000	'	
2000	'		6	'		12000	'	

also ist von 200000 thlr. der Gewinn in einem Monate = 1500 thlr.

Von jeder einzelnen Post, und von der Hauptsumme streiche man gleichviel Nullen aus, und sage dann: wenn $\frac{1500}{200} = \frac{15}{2}$ gemacht ist:

$\frac{20 \cdot 15}{2} = \frac{1305}{2} = 675$ für A.

$\frac{56 \cdot 15}{2} = \frac{840}{2} = 420$ ' B.

$\frac{42 \cdot 15}{2} = 21 \cdot 15 = 315$ ' C.

$\frac{12 \cdot 15}{2} = 6 \cdot 15 = 90$ ' D.

und die Summa ist = 1500 thlr.

4) Einem Fuhrmann werden 24 Centner Waaren übergeben, um sie 60 Meilen weit zu führen; die Fracht ist 4 Cent. für 8 thlr. 12 gr.

Als er 15 Meilen gefahren ist, muß er des schlimmen Weges willen 4 Cent. ablegen; und fährt mit den übrigen 20 Cent. noch 8 Meilen.

Am Ende dieser 8 Meilen ladet er noch 5 Cent. auf und führt diese 25 Cent. noch 37 Meilen bis an Ort und Stelle. Wie viel Fuhrlohn wird er erhalten?

Ausrechnung:

Er bekommt

für	24	Cent.	auf	15	Meil.	so viel als für	360	Cent. auf 1 Meil.
	20	'		8	'		160	'
	25	'		37	'		925	'
							1445	Cent.

Nun geben 4 Cent. auf 60 Meilen so viel Fuhrlohn, als 4. 60 = 240 Cent. auf 1 Meile; folglich

wie $240 : 1445 = 8\frac{1}{2} : x$; und

$$x = \frac{1445 \cdot 8\frac{1}{2}}{240} = \frac{289 \cdot 17}{96} = \frac{4913}{96} = 51\frac{17}{96} \text{ thlr.}$$

und was der Eigenthümer der letzten 5 Cent. auf 37 Meilen dazu beyträgt, ist:

$$\frac{5 \cdot 37 \cdot 8\frac{1}{2}}{240} = \frac{37 \cdot 17}{96} = \frac{629}{96} = 6\frac{53}{96} \text{ thlr.}$$

Die ganze Fracht würde nach der ersten Bestimmung betragen haben

$$\frac{24 \cdot 60 \cdot 8\frac{1}{2}}{4 \cdot 60} = 51 \text{ thlr.}$$

Es gehen aber davon ab, 4 Cent. auf 60 - 15 = 45 Meilen, d. i.

$$\frac{4 \cdot 45 \cdot 8\frac{1}{2}}{4 \cdot 60} = 6\frac{3}{8} \text{ thlr.}$$

folglich bezahlt der erste Versender nicht mehr als $51 - 6\frac{3}{8} = 44\frac{5}{8}$ thlr.

Nach der Abänderung aber ist die oben gefundene Fracht $51\frac{17}{96}$.

Dazu giebt der Erste $44\frac{60}{96}$. ($\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 12}{8 \cdot 12} = \frac{60}{96}$)
Der letztere " " $6\frac{53}{96}$.

Summa $51\frac{17}{96}$ thlr.

5) Zur Befrachtung eines Schiffes geben:

A,	6000	thlr.	6
B,	4000	"	4
C,	8000	"	8
D,	3000	"	3
			21.

Das Schiff aber scheitert, und die Güter des A und D gehen verloren; wie viel wird jeder zu diesem gemeinschaftlichen Verluste von 6000 + 3000 = 9000 thlr. beytragen müssen?

Ausrechnung:

für A. $\frac{6 \cdot 9000}{21} = \frac{18000}{7} = 2571\frac{3}{7}$.
B. $\frac{4 \cdot 9000}{21} = \frac{12000}{7} = 1714\frac{2}{7}$.
C. $\frac{8 \cdot 9000}{21} = \frac{24000}{7} = 3428\frac{4}{7}$.
D. $\frac{3 \cdot 3000}{21} = \frac{3000}{7} = 1285\frac{5}{7}$.

Summa = 9000 thlr.

Nun hat A gegeben " " 6000. und D 3000.
verliert " = $2571\frac{3}{7}$. " " $1285\frac{3}{7}$.
bekommt heraus $3428\frac{4}{7}$. - $1714\frac{2}{7}$.

und

und $3428\frac{4}{7} + 1714\frac{2}{7} = 5142\frac{6}{7}$ = den Summen, die B und C vergüten müssen.

6) Ein Schiff enthält an Waaren für Rechnung

des	A.	12000 thlr.	120.
	B.	10600 '	106.
	C.	10500 '	105.
	D.	5000 '	50.
			381.

bey einem entstandenen Sturm werden von den Gütern

des	A.	für	2000 thlr.
	B.	'	1500 '
	C.	'	900 '
	D.	'	1000 '

über Bord geworfen; wie viel wird jeder zu diesem gemeinschaftlichen Verluste beytragen müssen?

Ausrechnung:

Der gesammte Schade ist = 5400, also:

A. $\frac{5400 \cdot 120}{381} = 1700.\frac{300}{381}$

B. $\frac{5400 \cdot 106}{381} = 1502.\frac{138}{381}$

C. $\frac{5400 \cdot 105}{381} = 1488.\frac{72}{381}$

D. $\frac{5400 \cdot 50}{381} = 708.\frac{252}{381}$

5400.

Nun	A.	B.	C.	D.
haben verlor.	2000.	2500.	900.	1000.
sollen verlier.	$1700\frac{300}{381}$.	$1402\frac{138}{381}$.	$2488\frac{72}{381}$.	$708\frac{252}{381}$.
erhalten noch	$299\frac{81}{381}$	-	-	$291\frac{129}{381}$.
geben heraus.	-	$2,\frac{138}{381}$.	$588\frac{72}{381}$.	-

7) In Testamenten wird den Erben bisweilen ein gewisser Theil des Vermögens bestimmt. Machen diese Theile zusammengenommen ein Ganzes aus; so nimmt ein jeder sein Theil. Betragen die Theile aber weniger als ein Ganzes; sollen z. B. von 12000 thlr. Erbe A, $\frac{2}{3}$; B, $\frac{1}{6}$ und C, $\frac{1}{12}$, erhalten; so ist die Summe der Brüche 8 + 1 + 2 = 11. Daher (No. 1) bekommt

A. $\frac{12000 \cdot 8}{11} = 8727\frac{3}{11}$.

B. $\frac{12000 \cdot 1}{11} = 2181\frac{9}{11}$.

C. $\frac{12000 \cdot 2}{11} = 1090\frac{10}{11}$.

12000.

Betragen hingegen alle Theile mehr, als ein Ganzes. Bekommen z. E. von 12000 thlr.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{12}$.

so muß sich ein jeder etwas abkürzen lassen; und da die Summe der Brüche $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12} = \frac{8+4+1}{12} = 13$, so erhält

A. $\frac{12000 \cdot 8}{13} = 7384\frac{8}{13}$.

B. $\frac{12000 \cdot 4}{13} = 3692\frac{4}{13}$.

C. $\frac{12000 \cdot 1}{13} = 923\frac{1}{13}$.

= 12000 thlr.

8) Von einer Erbschaft, welche 12000 thlr. beträgt, soll B zweymal so viel, als A, und C viermal so viel, als B erhalten; wie viel bekommt ein Jeder?

Auflösung:

Wenn A 1 bekommt; so erhalten B, 2, und C. 2. 4 = 8. Man addire daher die Theile 1 + 2 + 8 = 11; und gebe

dem

dem A. $\frac{1}{11}$. 12000 = 1090$\frac{10}{11}$.
B. $\frac{2}{11}$. 12000 = 2181$\frac{9}{11}$.
C. $\frac{8}{11}$. 12000 = 8727$\frac{3}{11}$.
= 12000 thlr.

9) Der Pflichttheil, portio legitima, ist ein Theil der Erbschaft, welcher gewissen Personen nach Vorschrift der Gesetze nothwendig hinterlassen werden muß. Wenn vier und weniger Personen verhanden sind, welche den Pflichttheil fordern können; so ist derselbe der dritte Theil dessen, was einer ab intestato, wenn nemlich die Erbschaft in gleiche Theile wäre getheilt worden, würde bekommen haben. Sind aber fünf und mehr Personen vorhanden, so ist der Pflichttheil die Hälfte.

Z. E. Zu einer Erbschaft von 4000 thlr. wären vier Kinder vorhanden, wovon ein jedes ab intestato 1000 thlr. erben müßte; daher nach obiger Voraussetzung $\frac{1000}{3}$ = 333$\frac{1}{3}$ der Pflichttheil ist. Sind fünf Kinder vorhanden, so erbt ein jedes ab intestato $\frac{4000}{5}$ = 800 thlr. und davon ist der Pflichttheil $\frac{800}{2}$ = 400 thlr.

Man multiplicirt daher, bey vier und weniger Personen, die Anzahl derselben mit 2, und mit dem Producte dividirt man die Erbschaft, so erhält man den Pflichttheil jedes Einzelnen. So ist z. B. von 12000 thlr. der Pflichttheil eines jeden von drey Personen $\frac{12000}{3\ 3}$ = $\frac{12000}{9}$ und von 6 Personen $\frac{12000}{2 \cdot 6}$ = $\frac{12000}{12}$ = 1000 thlr.

10) Das Falcidische Gesetz verordnet, daß ein Erbe wenigstens den vierten Theil der Erbschaft, (die Falcidische Quarte quarta falcidia) frey haben müsse, und wenn er im Gegentheil so viele Legate bezahlen

len muß, daß ihm dieser vierte Theil nicht übrig bleibt; so hat er das Recht, das Fehlende aus den Legaten zu ergänzen.

Z. B. Von einer Erbschaft, welche 12000 thlr. beträgt, ist die Falcidische Quarte, oder der vierte Theil 3000 thlr., der Erbe aber muß an Legaten auszahlen

an	A.	4000	thlr.
	B.	3000	"
	C.	2500	"
	Summa	9500	thlr.

Der Erbe wird also um 500 thlr. verkürzt. Will man nun finden, wie viel er zur Entschädigung von jedem Legate abziehen, oder wie viel er überhaupt statt der ausgesetzten Legate auszahlen müsse; so verhält sich die Summe der Legate (9500 thlr.) zu $\frac{3}{4}$ der Erbschaft (9000 thlr.) wie die einzelnen Legate des A, B und C, zu dem was sie nur erhalten können. Also bekommt:

A. $\frac{9000}{9500}\frac{4000}{} = \frac{9000}{95}\frac{40}{} = 3789.\ \frac{45}{95}.$

B. $\frac{9000}{9500}\frac{3000}{} = \frac{9000}{95}\frac{30}{} = 2842.\ \frac{10}{95}.$

C. $\frac{9000}{9500}\frac{2500}{} = \frac{9000}{95}\frac{25}{} = 2368.\ \frac{40}{95}.$

Summa 9000 thlr.

Für den Erben verblieben daher:

obige " " " 2500 thlr.

von A. 4000 − $3789\frac{45}{95}$ } 9500−9000 } 500.
B. 3000 − $2842\frac{10}{95}$ }
C. 2500 − $2368\frac{40}{95}$ }

und er bekommt die Falcidische Quarte mit " " " " 3000 thlr.

11) Wenn Dörfer Kontribution geben sollen; so wird der Antheil eines jeden Dorfes, nach den Feldmarken desselben revartirt. Die Morgenzahl vertritt hier die Stelle der Kapitale in 120:3

3. und man erfährt auch eben so, was jedes Dorf kontribuiren muß. Z. E. zu 300 thlr. tragen bey:

das Dorf				
A von 1200 Morgen	6	$\frac{300 \cdot 6}{25} = 12.6 = 72$	thlr.
B , 1800 , ,	9	$\frac{300 \cdot 9}{25} = 12.9 = 108$	,
C , 2000 , ,	10	$\frac{300 \cdot 10}{25} = 12.10 = 120$	,
	25.		300 thlr.

Dieses nennt man den einfachen Repartitionsfuß. Der Fall eines zusammengesetzten ist folgender:

Dieselben Feldmarken der bekannten Dörfer sind vermessen worden; man hat bey A 8, bey B 10, bey C 12 Tage zugebracht; die Vermessungskosten sind 300 thlr. wie viel muß jedes Dorf dazu kontribuiren?

Die obigen Verhältnißzahlen 6, 9, 10 = 25 werden nunmehr, jede besonders mit der ihr zugehörigen Anzahl Tage multiplicirt, und wie vorher verfahren. Die Ausrechnung ist:

für	A.	1200	6. 8 = 48	8
,	B.	1800	9. 10 = 90	15
,	C.	2000	10. 12 = 120	20
				43.

also giebt	, A.	$\frac{300 \cdot 8}{43} = 55\frac{35}{43}$.
	, B.	$\frac{300 \cdot 15}{25} = 104\frac{28}{43}$.
	, C.	$\frac{300 \cdot 20}{43} = 139\frac{23}{43}$.
	Summa	300 thlr.

Ist die Morgenzahl gleich, so richtet sich der Beytrag nach der zur Vermessung erforderlich gewesenen Zeit, und umgekehrt nach der Morgenzahl, wenn die Zeiten gleich sind.

12) Bey Pacht-Remissen pflegt man den durch unvermeidliche Unglücksfälle entstandenen Schaden in jeder Feldart, als: Sommer-, Winter-, und Brachfeld besonders, durch mehrere, wenigstens drey Taxatoren schätzen zu lassen, und daraus im Durchschnitt den Ausfall zu bestimmen. Beträgt derselbe weniger, als die Hälfte der Pachtsumme; so wird nichts vergütet, ist derselbe aber

$\frac{1}{2}$ und drüber, so wird $\frac{1}{4}$.
$\frac{2}{3}$ ' ' ' $\frac{1}{2}$.
1 ' ' ' $\frac{3}{4}$.
} von der Pacht erlassen.

Nun habe einer in Pacht im

Winterfelde	200 Morg.	a 6 thlr.	so ist der Ertrag	1200 thl.
Sommerfeld	150 '	4 '	' '	600 '
Brachfeld	100 '	2 '	' '	200 '
			Summa	2000 thl.

Die Aernte dieser Felder litte aber Schaden, und wurde ästimirt, von drey Taxotoren:

	Winterf.	Sommerf.	Brachfeld.
Vom 1sten	450 thlr.	300 thlr.	225 thlr.
2ten	450 '	360 '	234 '
3ten	459 '	372 '	264 '
	1359.	1032.	723.

so betrüge der Schaden im Durchschnitt

$\frac{1359+1032+723}{3} = 1028$ thlr. und folglich vom ganzen Ertrage $\frac{1028}{2000}$.

Wäre der Schade $\frac{1}{2}$. 2000 $= \frac{1000}{2000}$; so gebührte dem Pächter, nach obiger Voraussetzung, Ein Viertel; wäre derselbe $\frac{2}{3}$. 2000 $= \frac{1333\frac{1}{3}}{2000}$, so gebührte ihm

die Hälfte, und wäre der Schade total, so erhielt er drey Viertel der Pacht vergütet.

Um aber auch für die Zwischensätze die Remission zu bestimmen; so muß man erst ausmitteln, ob der Schaden vom ganzen Ertrage über $\frac{1}{2}$ oder über $\frac{2}{3}$ beträgt.

Ist das erstere, wie im gegenwärtigen Falle, wo $\frac{1028}{2000}$ zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ fällt; so dividire man den Nenner (2000) des Bruches mit der Differenz zwischen $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$; (Sollte sich aber der Nenner nicht ohne Rest mit 6 theilen lassen, so muß man den ganzen Bruch erst mit 6 multipliciren. Es ist also hier $\frac{1028}{2000}$. $6 = \frac{6168}{12000}$; und $\frac{12000}{6} = 2000$.) so zeigt der Quotient (2000) an, wie viel Glieder zu $\frac{1}{4}$ der Remission noch eingeschaltet werden müssen, bis dieselbe $\frac{1}{2}$ der vollen Pacht wird. Mit diesem Quotienten dividire man ferner $\frac{1}{4}$ als der, für die Hälfte Schaden bewilligten Remission; so erhält man den Nenner eines Bruches $\left(\frac{\frac{1}{4}}{2000} = 8000\right)$ wozu als Zähler, die natürlichen Zahlen von 1 bis 2000 zu $\frac{1}{4}$ addirt werden, um für $\frac{6001}{12000}$, $\frac{6002}{12000}$, $\frac{6003}{12000}$ u. s. w. die Remission zu berechnen.

Es ist daher:

Für $\frac{1}{2} = \frac{6000}{12000}$ Remission $\frac{1}{4} +$

" $\frac{6001}{12000}$ " " $\frac{1}{4} + \frac{1}{8000}$

" $\frac{6002}{12000}$ " " $\frac{1}{4} + \frac{2}{8000}$

" $\frac{6003}{12000}$ " " $\frac{1}{4} + \frac{3}{8000}$

\- - - - - - - -

\- - - - - - - -

" $\frac{6168}{12000}$ " " $\frac{1}{4} + \frac{6168-6000}{8000} = \frac{168}{1200}$

also das 168ste Glied;

und

und man findet die Remission, wenn man die Differenz des gegebenen Zählers (6168) des Zählers des mit $\frac{1}{2}$ bezeichneten Bruches zu $\frac{1}{4}$ addirt.

Von $\frac{10288}{20000}$ ist also die Remission $\frac{1}{4} + \frac{168}{8000} = \frac{2168}{8000} = 542$ thlr.

Wäre hingegen der Schade $\frac{990}{1326}$, also über $\frac{2}{3}$ der Pacht, als wofür die Hälfte an der letztern vergütet wird; so dividirt man den Nenner (1326) mit der Differenz $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, so zeigt der Quotient (442) die Anzahl der Glieder an, welche zu $\frac{1}{2}$ der Remission eingestellt werden müssen, bis dieselbe $\frac{3}{4}$ der vollen Pacht wird. (Sollte sich auch hier der Nenner nicht ohne Rest mit 3 theilen lassen; so muß man den ganzen Bruch erst mit 2 multipliciren.) Mit dem Quotienten (442) dividire man ferner $\frac{1}{4}$; so bekommt man einen Bruch $\left(\frac{\frac{1}{4}}{442} = \frac{1}{1768}\right)$ dessen Zähler, wie im vorhergehenden Beispiele, in der natürlichen Zahlenordnung wachsen, und zu $\frac{1}{2}$ addirt werden, um für ihre nebenstehenden Glieder, die Remission zu berechnen.

Für $\frac{2}{3} = \frac{884}{1326}$ ist die Remission $\frac{1}{2}$.

, $\frac{885}{1326}$, , , $\frac{1}{2} + \frac{1}{1768}$.

, $\frac{886}{1326}$, , , $\frac{1}{2} + \frac{2}{1768}$.

, $\frac{887}{1326}$, , , $\frac{1}{2} + \frac{3}{1768}$.

\- - - - - - - - -

\- - - - - - - - -

, $\frac{990}{1326}$, , , $\frac{1}{2} + \frac{990-884}{1768} = \frac{106}{1768}$

also das 106te Glied;

und

, 1. $= \frac{1326}{1326}$, , , $\frac{1}{2} + \frac{442}{1768} = \frac{3}{4}$.

Nun ist $\frac{1}{2} + \frac{106}{1768} = \frac{884+106}{1768} = \frac{990}{1768}$ und

$1326 \cdot \frac{990}{1768} = \frac{(2 \cdot 9 \cdot 511) \cdot (2 \cdot 13 \cdot 17)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 17} = \frac{25 \cdot 11 \cdot 3}{2}$

$= \frac{1485}{2} = 742\frac{1}{2}$ thlr.

Bey Berechnung der Remission muß man also nothwendig den Ertrag eines jeden Jahres wissen. Treten aber die Fälle ein, daß ein Güterbesitzer mit seinem Pächter verabredete: daß dieser ihm auf bestimmte Zeit entweder sogleich, oder nach einigen Jahren eine Summe Geldes statt der Pachtung geben müßte; so findet man, um eine etwa zu vergütende Remission zu berechnen, die Pachtung für jedes Jahr nach §. 110. No. 17 und 18., woselbst dieser Gegenstand weitläuftig abgehandelt ist.

13) Wenn Jemand Konkurs macht, so wird dessen vorhandenes Vermögen, nach n. 2. oben, unter die Gläubiger nach Proportion ihrer Forderungen getheilt.

Mehr Umstände erfordert der gerichtliche Distributionsplan, bey einem Konkursprocesse. Denn es muß alsdenn auch der Beytrag eines jeden Gläubigers zu den Kosten ausgemittelt werden.

Gesetzt x mache Konkurs; die Konkursmasse sey 1500 thlr. Er müsse aber bezahlen, an A. 1000 thlr., an B. 500 thlr., an C. 350 thlr. und wäre also überhaupt 1850 thlr. schuldig. Die Kosten hätten betragen 192 thlr. 12 gr.

Nun würden eigentlich von der Masse erhalten müssen:

A. $\frac{1500 \cdot 1000}{1850} = 810\frac{30}{37}$ thlr.

B. $\frac{1500 \cdot 500}{1850} = 405\frac{15}{37}$ "

C $\frac{1500 \cdot 350}{1850} = 383\frac{20}{37}$ "

1500 thlr.

Sie

Sie tragen aber zu den Kosten bey:

bekommen also nur

A $\frac{192\frac{1}{2} \cdot 1000}{1850} = 104\frac{2}{37}$ thlr. $706\frac{28}{37}$.

B $\frac{192\frac{1}{2} \cdot 500}{1850} = 52\frac{1}{37}$, $353\frac{14}{37}$.

C $\frac{192\frac{1}{2} \cdot 350}{1850} = 36\frac{31}{74}$, $247\frac{27}{74}$

$192\frac{1}{2}$ thlr. $1307\frac{1}{2}$ thlr.

Vermischungsrechnung.

§. 118.

Die Vermischungsrechnung lehrt, aus den Bestandtheilen einer gewissen Masse, eine ähnliche Masse, nur in größern oder kleinern Quantitäten hervorzubringen, auch die Masse selbst in ihre Bestandtheile wieder zu zergliedern. Sie ist von der Gesellschaftsrechnung in nichts verschieden, indem auch hier ein Ganzes, nach gewissen Verhältnissen zu theilen, aufgegeben wird.

1) Zu einer Menge Schießpulver wird genommen: 1 ℔. Salpeter, 6 loth Kohlen, 4 loth Schwefel; wie viel von jedem dieser Dinge muß man nehmen um 110 ℔. Schießpulver zu machen?

Auflösung:

Man verwandelt die gegebenen Verhältnißzahlen in gleichnamige Theile; als hier in Unzen, deren 16 Unzen auf 1 ℔. gehen; so ist 1 ℔. = 16, 6 loth = 3; und 4 loth = 2; addirt dieselben (wie in No. 1.) $16 + 3 + 2 = 21$. und multiplicirt denn nach und nach 100 mit $\frac{16}{21}$, $\frac{3}{21}$, uud $\frac{2}{21}$, so erhält man das Gesuchte, nemlich:

$\frac{61}{21}$.

$\frac{16}{21}$. 100 = $\frac{1600}{21}$ = $67\frac{4}{21}$ ℔. Salpeter.
$\frac{3}{21}$. 100 = $\frac{300}{21}$ = $14\frac{6}{21}$ ℔. Kohlen.
$\frac{2}{21}$. 100 = $\frac{200}{21}$ = $9\frac{11}{21}$ ℔. Schwefel.
und die ganze Mischung 100 ℔.

Denn die Summe der gegebenen Theile 21. verhält sich zu 100, wie jeder Theil zu dem Gesuchten.

2) Eben so leicht kann man auch erfahren, wie viel von dem Einen oder dem Andern dieser Dinge in der ganzen Masse steckt; z. E. wie viel Salpeter, Kohlen, und Schwefel steckt in 200 ℔. Pulver?

Auflösung:

$\frac{16}{21}$. 200 = $\frac{3200}{21}$ = $152\frac{8}{21}$ Salpeter.
$\frac{3}{21}$. 200 = $\frac{600}{21}$ = $28\frac{12}{21}$ Kohlen.
$\frac{2}{21}$. 200 = $\frac{400}{21}$ = $19\frac{1}{21}$ Schwefel.
Summa 200 ℔.

3) Die Mark fein Gold hält 16 Loth = 24 Karat, = 24. 12 = 288 Grän.
Die Mark fein Silber hält 16 Loth = 8 Unzen = 4. 16 = 64 Quentchen = 4. 64 Pfennig-Gewicht.

Gold oder Silber legiren heißt, solches mit einem fremden Metalle, z. B. Gold mit Silber, oder Silber mit Kupfer zusammenschmelzen. Bekommen 22 Karat Gold, 2 Karat Zusatz: so heißt es, 22 karatiges Gold; und werden 15 Loth Silber mit 1 Loth Kupfer zusammengeschmolzen: so heißt es 15 löthiges Silber. Den eigentlichen Grad der Feinheit eines Metalls druckt man durch einen Bruch aus, dessen Zähler anzeigt, wie viel feines Metall in der Masse, deren Größe der Nenner bezeichnet, enthalten ist. So heißt $\frac{22}{24}$ 22 karatiges Gold, $\frac{15}{16}$ 15 löthiges Silber; d. i.

1 Mark, oder 24 Karat Gold, haben 2 Karat; und 1 Mark Silber hat 1 loth Zusatz erhalten. Und dieser Zusatz ist immer die Differenz zwischen dem Zähler und Nenner des Bruches.

Eben die Bewandniß hat es mit dem Zinn, welches mit Bley vermischt wird. Zu einer Menge Zinn wird immer Ein Pfund Bley zugesetzt, und je mehr Zinn man auf Ein Pfund Bley rechnen kann, je feiner ist es.

Auch hier wird der Grad der Feinheit durch einen Bruch angedeutet, dessen Zähler die Menge reinen Zinns, und dessen Nenner das Gewicht der ganzen Masse angiebt. So heißt $\frac{5}{6}$ sechspfündiges Zinn, weil unter 6 ℔. Mischung 5 ℔. rein Zinn befindlich sind; und weil nur immer 1 ℔. Bley zugesetzt wird: so ist die Differenz des Zählers und Nenners allemal Eins.

Das schlechteste Zinn ist das $\frac{1}{2}$ oder zweypfündige, indem es die Hälfte Bley hält; $\frac{9}{10}$ aber, das ist zehnpfündiges Zinn, ist das beste, das so genannte Engländische Zinn; denn es enthält unter 10 ℔. Zinn nur 1 ℔. Bley.

Ist nun das Gewicht einer legirten Masse Metalls gegeben, und man will wissen, wie viel feines Metall in derselben enthalten ist; so findet sich das Gesuchte, wenn man die ganze Masse mit dem Bruche, welcher den Grad der Feinheit angiebt, multiplicirt. Z. B. es würde gefragt:

Wie viel Mark fein Silber sind in 38 Mark 15 löthigem Silber enthalten? so ist:

$$\frac{15}{16} \cdot 38 = \frac{570}{16} = \frac{285}{8} = 35\frac{5}{8} \text{ Mark fein.}$$

Denn es verhalten sich 16 loth fein, zu 15 loth fein, wie 38 Mark zu $35\frac{5}{8}$ Mark.

Wie

Wie viel fein Gold ist in 26 Mark 23 karatigem Golde:

– $\frac{23}{24} \cdot 26 = \frac{23 \cdot 13}{12} = \frac{299}{12} = 24\frac{11}{12}$ Mark.

Wie viel 6 pfündiges Zinn, ist in 115 ℔. Masse enthalten?

$\frac{5}{6} \cdot 115 = \frac{575}{6} = 95\frac{5}{6}$ ℔.

4) Umgekehrt findet man:

– 38 Mark Silber halten $35\frac{5}{8}$ Mark fein; wie viel löthig ist es?

$$\frac{35\frac{5}{8}}{38}\ 16 = \frac{16 \cdot 285}{8 \cdot 38} = 15 \text{ löthig,}$$

– 26 Mark Gold halten $24\frac{11}{12}$ Mark fein; wie viel karatig – ?

$$\frac{24\frac{11}{12}}{26} \cdot 24 = \frac{24 \cdot 299}{26} = 23 \text{ karatig.}$$

– 115 ℔. Zinn halten $95\frac{5}{6}$ ℔. fein; wie viel pfündig? –

115 ℔. – $95\frac{5}{6} = 19\frac{1}{6}$ ℔. Bley. Daher:

$$\frac{65\frac{5}{6}}{19\frac{1}{6}} = \frac{575}{115} = \frac{115}{23} = 5\text{; also } \frac{5}{6} \text{ pfündig.}$$

5) Sind mehr Massen eines legirten Metalls gegeben, und man will nach deren Zusammensetzung die in der neuen Masse befindliche Menge feinen Metalls wissen; so sucht man das feine Metall, für jedes Quantum besonders (nach No. 1.) und addirt die Posten.

Z. E. wenn 9 Mark 12 löthig, 8 Mark 13 löthig, und 12 Mark 14 löthig Silber zusammengeschmolzen werden: wie viel Mark fein sind darinn enthalten?

Ausrechnung:

6 Mrk. 12 löth. hält $\frac{12}{16} \cdot 6 = \frac{72}{16} = 4\frac{8}{16}$ Mark fein.
8 , 13 , , $\frac{13}{16} \cdot 8 = \frac{104}{16} = 6\frac{8}{16}$. , ,
12 , 14 , , $\frac{14}{16} \cdot 12 = \frac{168}{16} = 10\frac{8}{16}$. , ,
26 Mark der Vermischung hält $21\frac{1}{2}$ Mark fein.

und der Grad der Feinheit ist:

$$\frac{21\frac{1}{2}}{26} \cdot 16 = \frac{43 \cdot 16}{26 \cdot 2} = \frac{688}{52} = 13\frac{12}{13}$$ löthig.

Ferner:

4 Mrk. 22 karat. Gold hält $\frac{22}{24} \cdot 4 = \frac{22}{6} = 3\frac{2}{3}$ Mrk. fein.
6 , 20 , , $\frac{20}{24} \cdot 6 = \frac{20}{4} = 5$, ,
5 , 18 , , $\frac{18}{24} \cdot 5 = \frac{90}{24} = 3\frac{3}{4}$, ,
15 Mark der Vermischung hält , , $12\frac{5}{12}$ Mrk. f.

und ist $\frac{12\frac{5}{12}}{15} \cdot 24 = \frac{149}{180} = \frac{894}{45} = 19\frac{13}{15}$ karatig.

Und

20 ℔. dreypfündiges Zinn hält $\frac{2}{3} \cdot 20 = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ ℔. fein.
24 , 6 , , , $\frac{6}{6} \cdot 24 = \frac{120}{6} = 20$, ,
6 , 10 , , , $\frac{9}{10} \cdot 6 = \frac{54}{10} = 5\frac{2}{5}$, ,
50 ℔. der Vermischung hält , $38\frac{11}{15}$ ℔. fein,

und da 50 ℔. – $38\frac{11}{15} = 11\frac{4}{15}$ ℔. Bley; so ist der Grad der Feinheit:

$$\frac{38\frac{11}{15}}{11\frac{4}{15}} = \frac{581}{169}\ 3\frac{74}{169}, = \text{also } 4\frac{74}{169}$$ pfündig; d. i.

unter $3\frac{74}{169}$ ℔. Masse, ist 1 ℔. Bley.

6) Wenn 6 Mark 12 löthiges Silber
" 8 " 13 " "
" 12 " 14 " "

26 Mark $13\frac{3}{13}$ löthiges Silber hält, und man wollte 50 Mark von gleicher Feinheit aus obigen Arten zusammenschmelzen; so verhalten sich die gegebenen 26 Mark zu den ebenfalls gegebenen 50 Mark, wie 6, 8, 12 Mark zu der gesuchten Zahl; folglich muß man nehmen:

$\frac{50 \cdot 6}{26} = \frac{300}{26} = 11\frac{24}{26}$ Mark vom 12 löthigen
$\frac{50 \cdot 8}{26} = \frac{50 \cdot 4}{26} = 15\frac{5}{13}$ " " 13 " "
$\frac{50 \cdot 12}{26} - \frac{50 \cdot 6}{13} = 22\frac{14}{13}$ " " 14 " "

Summa 50 Mark Vermischung.

Denn:

$11\frac{7}{13}$ Mrk. 12 löth. halten $\frac{12 \cdot 11\frac{7}{13}}{16} = \frac{450}{4\frac{5}{13}} = 8\frac{17}{26}$ Mk. f.

$15\frac{5}{13}$ " 13 $\frac{13 \cdot 15\frac{5}{13}}{16} = \frac{200}{16} = 12\frac{8}{16}$

$22\frac{14}{13}$ " 14 $\frac{14 \cdot 22\frac{14}{13}}{16} = \frac{2100}{104} = 20\frac{5}{26}$

50 Mark Vermischung halten " " $41\frac{9}{26}$ Mk. f.

Daher ist der Grad der Feinheit:

$\frac{41\frac{9}{26}}{50} 16 - \frac{1075 \cdot 16}{26\,50} = \frac{1075 \cdot 4}{13 \cdot 25} = \frac{4300}{325} = 13\frac{3}{13}$ löthig.

7) Nach den Gesetzen der Hydrostatik, (der Lehre vom Gleichgewicht flüßiger Materien, untereinander selbst, und mit festen Körpern) verliert jeder Körper, wenn er, in Wasser gesenkt, gewogen wird, etwas von seiner Schwere, die er an der Luft gewogen hatte. So verlieren z. E. 18 ℔. Gold in

Was-

ser 1 ℔; und 18 ℔. Silber verlieren $1\frac{1}{2}$ ℔. Hiernach läßt sich nun, die in einer aus zwey reinen Metallen zusammengesetzten Masse befindliche Menge eines jeden Metalls berechnen.

Es sey z. E. eine Mischung von Gold und Silber zu untersuchen, die an der Luft 20 ℔. wiegt, im Wasser aber 2 ℔. verliert.

1. Man dividire das Gewicht der gegebenen Masse, mit dem Gewicht, welches dieselbe im Wasser verliert; so erhält man deren eigenthümliche Schwere. $\frac{20}{2} = 10 = y$.

2. Auf dieselbe Art suche man die eigenthümliche Schwere des Goldes: $\frac{18}{1} = 18 = G$; und des Silbers $\frac{18}{1\frac{1}{2}} = 12 = y$.

3. Suche man die Differenz zwischen y und g $(= y - g) = 12 - 10 = 2$; und die Differenz zwischen y und G $(= y - G) = 18 - 10 = 8$; und multiplicire jene (2) mit $G = 18.2 = 36$ und diese (8) mit $g = 8.12 = 96$.

4. So verhält sich das in der Masse befindliche Gold zu dem Silber, wie 36 zu 96 = wie 3 zu 8; d. i. es sind deren 3 Theile Gold und 8 Theile Silber.

Oder:

Man suche durch die Regel de Tri den Verlust, den die beyden Metalle von der Größe des gegebenen Stücks im Wasser leiden; als

18 ℔. Gold verl. 1 ℔. wie viel 20 ℔? $= \frac{20}{18} = 1\frac{1}{9} = A$.
18 ℔. Silber $1\frac{1}{2}$, , 20 ℔? $= \frac{30}{18} = 1\frac{2}{3} = B$.
20 ℔. Mischung verlieren 2 ℔. = C.

so

so verhältsich die ganze Masse zu dem darinn befindlichen Golde, wie die Differenz

A - B zu der Differenz B - C.

$1\frac{1}{9} - 1\frac{2}{3}$, , $1\frac{2}{3} - 2 = \frac{5}{9} : \frac{3}{9} = 5 : 3.$

und zum Silber wie die Differenz:

A - B : A - C.

$1\frac{1}{9} - 1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{9} - 2 = \frac{5}{9} : \frac{8}{9} = 5 : 8.$

folglich wie 3 zu 8.

Die Mischung darf aber nur aus zwey ganz reinen Metallen bestehen.

Die Alligationsrechnung.

§. 119.

Vermittelst der Alligationsrechnung findet man, wie zwey und mehrere Dinge vom verschiedenen Werth, dergestallt zu vermischen sind, daß das Mixtum einen gewissen mittlern Werth erhalte. Dieser mittlere Werth muß immer weniger, als das theure, und mehr, als das wohlfeile, der zu vermischenden Dinge, betragen.

1) Zweyerley Weine, wovon das Maaß des einen 20 gr. und das Maaß des andern Weins 6 gr. kostet, sollen so vermischt werden, daß nunmehr das Maaß 10 gr. kostet.

Auflösung:

Man subtrahirt von dem Preise des theuern Weins, so wol den Preis der mittlern, als den Preis der schlechtern Sorte, jede besonders; so geben die Differenzen, jene den Zähler, diese den Nenner eines Bruches, der anzeigt, was für ein Theil vom Ganzen, von der schlechtern Sorte genommen werden müsse. Obiges Beispiel giebt daher:

$\frac{20-10}{10-6} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}.$

d. h. unter 7 Maaß Mischung muß 5 Maaß von der geringern Sorte, folglich 7 – 5 = 2 Maaß von der guten Sorte genommen werden; und die schlechtere Sorte verhält sich zur bessern, wie $\frac{5}{7}$ zu $\frac{2}{7}$; d. i. (§. 79) wie 5 Maaß zu 2.

Denn 5 Maaß zu 6 gr. = 30 gr.
und 2 ' 20 = 40 gr.
7 70. also 1 Maaß $\frac{70}{7}$ = 10 gr.

2) Hat man nun eine gewisse Quantität von einer Sorte vorräthig; so erfährt man durch eine leichte Regel de Tri, wie viel von der andern Sorte darunter gemischt werden müsse. Z. E. wie viel schlechtern Wein zu 6 gr. muß man unter 30 Maaß bessern Wein, a 20 gr. mischen, damit das Maaß nicht mehr als 10 gr. koste?

So verhalten sich 2 Maaß guter zu 30 Maaß guten; wie 5 Maaß schlechter zu x: und

$$x = \frac{30 \cdot 5}{2} = 75 \text{ Maaß schlechtern.}$$

Wird eine Quantität bessern Weins, zu 75 Maaß schlechtern gesucht; so ist die Proportion

$$5 . 75 = 2 : x.$$

und $x = \frac{75 \cdot 2}{5} = 30$ Maaß guten.

Die Probe ist:

75 Maaß a 6 gr. machen 450 gr.
30 ' ' 20 ' ' ' 600
150 Maaß Mischung kosten 1050 gr.

Daher 1 Maaß $\frac{1050}{105}$ = 10 gr.

3) Wird statt des wohlfeilern Weines, Wasser genommen; so ist dessen Werth = 0, also

$\frac{20}{10} = \frac{10}{0} = \frac{1}{2}$., die Hälfte Wasser.

(4

4) Aus 15 und 12 löthigem Silber, soll 13 löthiges gemacht werden; denn nimmt man

$\frac{15-13}{15-12} = \frac{2}{3}$, 12 löthiges und $\frac{1}{3}$, 15 löthiges.

Die Probe ist:

$\frac{2}{3} \cdot \frac{12}{16} = \frac{8}{16}$; ferner: $\frac{1}{3} \cdot \frac{15}{16} = \frac{5}{16}$; und $\frac{8}{16}\frac{5}{} = \frac{13}{16}$.

Um also aus 32 Mark 15 löthigen Silber, 13 löthiges, mit Zusetzung vom 12 löthigen zu machen, muß man vom letztern dazu nehmen:

wie 1 zu 32 = 2 zu x;

und $x = \frac{32 \cdot 2}{1} =$ 64 Mark 12 löthiges

und zu 64 Mark 12 löthigen

$\frac{64 \cdot 1}{2} =$ 32 Mark 15 löthiges.

5) Wie viel Kupfer (o) muß man zu 15 löthigem Silber zusetzen, damit die Mischung 13 löthig werde?

Antwort: $\frac{15-13}{15-0} = \frac{2}{15}$.

d. h. unter 15 loth Mischung werden 2 loth Kupfer und 13 loth 15 löthiges Silber genommen, und die Verhältniß ist wie 2 zu 13.

Probe: $\frac{2}{15} \cdot \frac{0}{16} = \frac{0}{240}$; und $\frac{13}{15} \cdot \frac{15}{16} = \frac{195}{240} = \frac{65}{80} = \frac{13}{16}$.

6) Es soll 9 pfündiges und 5 pfündiges Zinn, mit einander vermischt, und 6 pfündiges daraus gemacht werden; wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

Auflösung:

Hier muß man die Brüche, welche den Gehalt des Zinns ausdrucken, auf einerley Benennung bringen, und mit den Zählern derselben operiren. Nun ist $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$,

$= \frac{240}{270}$, $\frac{216}{270}$, $\frac{225}{270}$, also $\frac{8}{9} = 240$; $\frac{4}{5} = 216$; und $\frac{5}{6} = 225$; daher:

$$\frac{240}{240}\ \frac{225}{216} = \frac{5}{8}$$

unter 8 ℔. Mischung nehme man 5 ℔. fünfpfündiges und 3 ℔. neunpfündiges Zinn; und das schlechtere verhält sich zum bessern, wie 5 zu 3.

Denn 5 ℔. 5 pfünd. hält $\frac{4}{5} \cdot 5 = 4$ ℔. rein.
und 3 · 9 · · · $\frac{8}{9} \cdot 5 = 2\frac{2}{3}$ ·

und 8 ℔. Mischung hält · · $6\frac{2}{3}$ rein Zinn.

Da nun $8 - 6\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$ ℔. Bley, so ist das Zinn dieser Mischung: $\frac{6\frac{2}{3}}{1\frac{1}{3}} = \frac{20}{4} = 5$; also $(\frac{5}{6})$ sechspfündig.

7) Man hat 22 und 16 karatiges Gold, wie viel wird man von jeder Sorte nehmen müssen, um 18 karatiges zu erhalten?

$$\frac{22-18}{22-16} = \frac{2}{3} \text{ von } 16 \text{ karatigen.}$$

also vom guten und schlechtern in der Verhältniß wie 1 zu 2.

8) Sind mehr, als zweyerley Dinge zu vermischen aufgegeben; so findet auf die Frage, mehr als eine Antwort statt. Man kann sich denn nach den Umständen richten, und zu einer Quantität die man vorräthig hat, die Theile der übrigen Dinge finden, welche man nehmen will, um die verlangte Mischung hervorzubringen. Gesetzt es sollte aus 14, 11, und 5 löthigem Silber, 8 löthiges gemacht werden; so alligirt oder verbindet man die beyden höchsten oder niedrigsten Werthe, die größer oder kleiner sind, als der verlangte Mittelwerth, nemlich 14 und 11; suche davon, indem man beyde

Zah-

Zahlen addirt, und mit 2, als der Zahl der Kosten dividirt, ihren Gehalt, und zu diesem, dem noch übrigen kleinern Werth, (5) und dem gegebenen Mittelwerth findet man auf die vorherbeschriebene Art das Verlangte. Es wäre demnach

14
11
---
25. so ist $\frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$.

Da nun $\frac{12\frac{1}{2} - 8}{12\frac{1}{2} - 5} = \frac{4\frac{1}{2}}{7\frac{1}{2}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

so muß man unter 5 Theile Mischung, 3 Theile 5 löthiges, und 2 Theile $12\frac{1}{2}$ löthiges nehmen; und die Verhältniß des bessern zum schlechtern ist: wie 2 zu 3.

Man nehme nun vom 14 und 11 löthigen Silber, von jeder Sorte gleich viel, als 2 Mark, und sage:

Wie 2 Mark 12 löthiges, zu 4 Mark; so 3 Mark 5 löthiges zu der gesuchten Menge 5 löthigen –

so hat man $x = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ Mark 5 löthiges.

Denn 4 Mark 12 löth. hält , 50 Loth fein
und 6 , 5 , , , , 30 , ,
---
daher 10 Mischung hält , , 80 Loth fein

und 1 Mark $\frac{80}{10} = 8$ Loth fein.

Hätte man 2 Mark 14 löthiges, und 1 Mark 11 löthiges Silber, so ist deren Gehalt

2 Mark 14 = 28.
1 , , 11 = 11.
---
3 Mark , , 39.

und 1 Mark $= \frac{39}{13} = 13$ löthig.

Nun

Nun ist $\frac{13-8}{13-5} = \frac{5}{8}$; das 5 löthige verhielt sich zum 13 löthigen, wie 5 zu 3. Unter obige 3 Mark muß man daher 5 Mark 5 löthiges mischen, so halten:

3 Mark	13 löthiges	39 Loth fein
5 ′ ′	5 ′ ′	25 ′ ′
8 Mark	halten	64 ′ ′

und die ganze Masse ist $\frac{64}{8} = 8$ löthig, wie verlangt wurde.

9) Man hat 36 Mark 12 löthiges, und 56 Mark 10 Loth 8 löthiges Silber; wie viel Kupfer muß dazu gesetzt werden, um die Mark 5 löthig zu machen?

Ausrechnung:

36 Mark	12 löthig,	halten 432 Loth fein.
$56\frac{5}{8}$ ′	8 ′ ′	453 ′ ′
$92\frac{5}{8}$ Mark	halten ′ ′	885 Loth fein

und 1 Mark $= \frac{885}{92\frac{5}{8}} = 9\frac{411}{741}$ Loth.

Ferner:

$$\frac{9\frac{411}{741} - 5}{9\frac{411}{741} - 0} = \frac{4\frac{411}{741}}{9\frac{411}{714}} = \frac{225}{472} \text{ Kupfer.}$$

Nun ist 472 - 225 = 247; also muß sich das Kupfer zur obigen Masse verhalten, wie 225 zu 247. Man sage daher:

$$247 : 92\frac{5}{8} = 225 : x$$

und $x = \frac{92\frac{5}{8} \cdot 225}{247} = \frac{741}{247} \cdot \frac{225}{8} = \frac{166725}{1976} =$

$84\frac{741}{1976}$ Mark Kupfer.

Vermittelst der Logarithmen findet man:

Log. 741 = 2, 8698182
„ 225 = 2, 3521825

Log. 247. 8 = 1976 = 3, 2957869

1, 9262138.

Dieser Logarithme gehört zur Zahl 84, 375.

Nimmt man endlich

obige Mischung „ „ „ 92, 625
dazu das Kupfer „ „ „ 84, 375

so ist die Summe 177 Mark.

Da nun die obige Mischung 885 Loth fein hielt; so hält 1 Mark $\frac{885}{177}$ = 5 Loth.

10) Sind vier Dinge gegeben; so muß man einen hohen und niedern der gegebenen Werthe mit der verlangten Mittelzahl alligiren. Z. E. aus 17, 16, 8 und 4 gr. Wein, soll Wein 15 gr. das Maaß gemacht werden. Man alligire daher 17 und 4; und 16 und 8, mit 15; so ist:

$\frac{17-15}{15-4} = \frac{2}{13}$; und $\frac{16-15}{15-8} = \frac{1}{8}$

und man muß nehmen:

2 Theile	a 4 gr.	be-	= 8 gr.
11 „ „	17 „	tra-	= 187 „
1 „ „	8 „	gen.	= 8 „
7 „ „	16 „		= 112 „
21 Theile	betragen „	„	315 gr.

und 1 Theil $\frac{315}{21}$ = 15 gr.

11) Die Vermischung der Weine in dem vorhergehenden Beispiele geschahe nach der Verhältniß: 2, 11, 1, 7. Wollte man nun aus diesen Arten 30 Maaß

Maaß zusammensetzen; so findet man nach der Gesellschaftsrechnung §. 117, 2, daß dazu genommen werden müsse:

$30\frac{2}{21} = 2\frac{6}{7}$ M. a 4 gr. macht $11\frac{3}{7}$ gr.
$30\frac{11}{21} = 15\frac{5}{7}$, , 17 , , , $267\frac{1}{7}$,
$30\frac{1}{21} = 1\frac{3}{7}$, , 8 , , , $11\frac{3}{7}$,
$30\frac{7}{21} = 10$, 16 , , , 160

so kosten , 30 Maaß. , , 450 gr.

und 1 Maaß. $\frac{450}{30} = 15$ gr.

12) Die Zähler der Brüche verhalten sich wie die Mengen. Will man daher zu einer Sorte, von welcher man eine gewisse Menge zu vermischen bestimmt hätte, die Theile der übrigen Sorten finden: so muß man zu dem Zähler, welcher der zu vermischenden Sorte zugehört, zu einem andern Zähler, und der gegebenen Menge, die vierte Proportionalzahl suchen.

Z. E. man habe 30 Maaß. 4 gr. Wein; so muß man nehmen:

Proportionen zu 30 Mß. a 4 gr. = 120 gr.
2 : 11 = 30 : x = 165 , , 17 , = 2805 ,
2 : 1 = 30 : x = 15 , , 8 , = 120 ,
2 : 7 = 30 : x = 105 , , 16 , = 1680 ,

so betragen 315 Maaß. 4725 gr.

und 1 Maaß $\frac{4725}{315} = 15$ gr.

Hat man hingegen 30 Maaß vom 17 gr. Wein, so muß man nehmen:

30 Mß. zu 17 gr. macht 510 gr.
11 : 30 = 1 : x = $12\frac{8}{11}$, 8 , , , $21\frac{9}{11}$
11 : 30 = 7 : x = $19\frac{1}{11}$, 16 , , , $30\frac{5}{11}$
11 : 30 = 2 : x = $5\frac{5}{11}$, 4 , , , $21\frac{9}{11}$

so kosten $57\frac{3}{11}$ - Mischung - $859\frac{1}{11}$

und 1 Maaß $= \frac{859\frac{1}{11}}{57\frac{3}{11}} = \frac{246}{63} = 15$ gr.

13) Das Exempel in No. 9. hätte man auch so auflösen können, daß 17 und 8; und 16 und 4, mit 15 wären alligirt worden, nemlich:

$\frac{17-15}{17-8} = \frac{2}{9}$; und $\frac{16-15}{16-4} = \frac{1}{21}$,

und man würde nehmen müssen:

2	Mß. zu	8 gr.
7	' ' '	17 '
1	' ' '	4 '
11	' ' '	16 '

14) Ist unter vielen zu vermischenden Dingen nur Eins befindlich, dessen Werth weniger beträgt als der verlangte Mittelwerth; so muß man mit diesem geringsten Werth alle übrige Werthe alligiren. Z. E. Wein zu 30, 20, 18, 15, 6 gr. soll dergestalt vermischt werden, daß das Maaß 14 gr. koste; so muß 6, als die niedrigste Zahl von allen übrigen Zahlen subtrahirt werden:

$\frac{30-14}{30-6} = \frac{2}{3}$; $\frac{20-14}{20-6} = \frac{3}{7}$; $\frac{18-14}{18-6} = \frac{1}{3}$;

$\frac{15-14}{15-6} = \frac{1}{9}$.

Man muß daher nehmen:

vom	30 .	20 .	18 .	15 .	6 gr. Wein
	1 '	'	'	'	2 Maaß.
	'	4	'	'	3
	'	'	2	'	1
	'	'	'	8	1

1 + 4 + 2 + 8 + 7 = 26.

Von der Richtigkeit wird man sich durch die Probe überzeugen.

Wenn

Wenn mehrere Dinge vom geringern Werthe sind, als der gegebene Mittelwerth, so schadet es nichts, wenn man mehrere höhere Werthe mit Einem geringern alligirt. Z. E. die zu vermischenden Dinge hätten einen Werth von 30, 20, 18, 12 und 6; so nehme man, um einen Mittelwerth 14 zu haben:

$\frac{30-14}{30-6} = \frac{2}{3}$; $\frac{20-14}{20-6} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$; $\frac{18-14}{18-12} = \frac{2}{3}$.

Das ist:

1	Theil	a	30	gr.	= 30.
2	,	,	6	,	= 12.
3	,	,	6	,	= 18.
4	,	,	20	,	= 80.
2	,	,	12	,	= 24.
1	,	,	18	,	= 18.

so sind 13 Theile am Werth . 182, und 1 Theil $\frac{182}{13} = 14$.

15) Eilf Personen, bestehend aus Männern, Frauen und Kindern, bezahlen eine Zeche mit 99 gr. wozu jeder Mann 12 gr., jede Frau 8 gr., und jedes Kind 5 gr. giebt. Es wird gefragt: wie viel Personen von jeder Gattung vorhanden waren?

Auflösung:

Oben (n. 8.) ist gesagt worden, daß bey drey gegebenen Dingen, wozu ein Mittelwerth bestimmt werden soll, zwey derselben, welche entweder höher oder geringer sind, als der verlangte Mittelwerth, addirt, und die Summe mit 2 dividirt werden müsse. Von jenem ist dort ein Beispiel gegeben, bey der gegenwärtigen Aufgabe, muß man von dem letztern Gebrauch machen.

Die gegebenen Zahlen sind: 12, 8, 5. Ferner 11 Personen und 99 Groschen. Diese 99 gr. theile man mit 11, so kommt im Durchschnitt für jede Per-

son

son 9 gr. als der verlangte Mittelwerth. Ferner addire man die beyden Zahlen 8 und 5, welche geringer sind als 9, so ist deren Summe = 13; und davon die Hälfte = $6\frac{1}{2}$. Nun findet man nach n. 1.

$$\frac{12 - 9}{12 - 6\frac{1}{2}} = \frac{3}{5\frac{1}{2}} = \frac{6}{11}$$

Das heißt: unter den 11 Personen sind 3 Frauen und 3 Kinder gewesen (u. 8.), folglich hat die Anzahl der Männer 11 - 6 = 5 betragen.

Die Probe ist	5	Männer	a 12 gr.	= 60.
	3	Frauen	a 8 ,	= 24.
	3	Kinder	a 5 ,	= 15.
	11	Personen	, ,	99 gr.

Wollte man die beyden ersten Zahlen 12 und 8 addiren, so würden Brüche entstehen, die doch in vorliegendem Falle nicht stattfinden können. Denn es würde alsdann, da $\frac{12+8}{2} = 10$

$$\frac{10-9}{10-5} = \frac{1}{5}$$

und weil es 11 Personen seyn sollen, $\frac{2\frac{1}{2}}{11}$ Kinder herauskommen; welches doch nicht seyn kann, obgleich die Rechnung, wenn man die Probe macht, richtig ist.

16) Es sollen für 540 thlr. 100 Stück Vieh, bestehend aus Ochsen, Schweinen und Schafen, angekauft, für einen Ochsen 10 thlr., für ein Schwein 4 thlr. und für ein Schaf 2 thlr. gegeben werden; wie viel Stück wird man von jeder Sorte erhalten?

Auflösung:

Der Mittelwerth eines jeden Stück Viehes ist $\frac{540}{100}$ = $5\frac{2}{5}$ thlr. Die gegebenen Werthe sind: 10, 4, 2,

da

da hier die Antwort aus ganzen Zahlen bestehen muß; so addire man $10 + 4 = 14$, davon ist die Hälfte: 7.

Nun rechne man:

$$\frac{7 - 5\frac{2}{5}}{7 - 2} = \frac{1\frac{3}{5}}{5} = \frac{8}{25}.$$

d. h. wenn es 25 Stück Vieh seyn sollen, müssen darunter 8 Schafe befindlich seyn. Es werden aber 100 Stück verlangt, daher $4.\frac{8}{25} = \frac{32}{100}$ Schafe, und 68 Ochsen und Schweine.

Denn 34	Ochsen	a	10	thlr.	betragen 340 thlr.
34	Schweine	a	4	"	136 "
32	Schafe	a	2	"	64 "
und 100	Stück Vieh	betragen		"	540 thlr.

Verfährt man anders, so kommt eine Antwort in gebrochenen Zahlen.

Von der Cöci-Rechnung.

§. 120.

Vermittelst der Cöci-Rechnung kann man nicht nur alle zur Alligationsrechnung gehörige Aufgaben auflösen; sondern auch auf den größten Theil derselben mehr als eine Antwort finden. Die Hauptsache ist eigentlich: eine jede Zahl dergestallt zu theilen, daß wenn man jeden Theil mit einem besondern Faktor multiplicirt, die Summe der Producte einer gegebenen Zahl gleich seyn muß.

Ehe ich aber weiter gehe, muß der Leser folgendes wissen.

I. Wenn eine Zahl mit einer andern, ohne Rest getheilt werden kann; so heißt die erstere ein Multiplum der letztern. Als 12 ist ein Multiplum von 6; 6 aber ist auch ein Multiplum von 6, weil in diesem Verstan-

stande eine Zahl ein Multiplum von sich selbst ist. Wenn ferner eine Zahl, durch zwey oder mehrere andere Zahlen, ohne Rest getheilt werden kann; so heißt sie ein gemeinschaftliches Multiplum dieser andern Zahlen, so ist 60 ein Multiplum von 2, 3, 4, 5, 6.

II. Wenn zwey Zahlen die Multipla einer dritten Zahl sind, so ist es auch ihre Summe und ihre Differenz; eben so, wenn jene Zahlen Multipla anderer Zahlen sind, so sind es auch ihre Summen und Differenzen.

III. Will man zu zwey gegebenen Zahlen das kleinste gemeinschaftliche Multiplum finden; so ist solches der Quotient, welcher entsteht, wenn ihr Product mit ihrem größten gemeinschaftlichen Maaße dividirt wird. Als von 12 und 15 ist das größte gemeinschaftliche Maaß 3, ihr Product ist $= 12.15 = 180$ und also ihr kleinstes gemeinschaftliches Multiplum $\frac{180}{3} = 60$.

IV. Sind die Zahlen Primzahlen unter sich, das heißt: haben beyde keinen andern gemeinschaftlichen Theiler als 1, so bedarf es keiner Division, sondern ihr Product ist das kleinste gemeinschaftliche Multiplum.

V. Wenn ein Bruch ($\frac{10}{12}$) auf seinen kleinsten Ausdruck ($\frac{5}{6}$) gebracht worden ist; so sind die Producte der Zähler mit den andern Nennern die kleinsten gemeinschaftlichen Multipla, von dem Zähler und Nenner des ersten Bruchs ($\frac{10}{12}$), so ist: $5.12 = 60$ und $6.10 = 60$ das kleinste gemeinschaftliche Multiplum von 10 und 12, und wenn 2 das größte gemeinschaftliche Maaß von 10 und 12 ist, so ist $5 = \frac{10}{2}$, und $6 = \frac{12}{2}$ und folglich 10.6, oder $5.12 = \frac{12.10}{2} = \frac{120}{2} = 60$.

VI. Will man das kleinste gemeinschaftliche Multiplum von mehr als zwey Zahlen finden; so suche man denselben (nach II.) erst von den beyden ersten Zahlen,

alsdann von dem gefundenen Multiplo und der dritten Zahl und so fort. Z. B. Es soll von den Zahlen 8 10, 12, 14, das kleinste gemeinschaftliche Multiplum gefunden werden; so hat man denselben von 8 und 10 $= \frac{8 \cdot 10}{2} = 40$; ferner von 40 und 12 $= \frac{480}{4} =$ 120, und von 120 und 14 $= \frac{120 \cdot 14}{2} = 840$.

Aufgabe.

VII. Eine gegebene Zahl in zwey solche Theile zu theilen, daß jeder Theil ein Multiplum einer andern gegebenen Zahl sey. Z. E. 500 soll in zwey solche Theile getheilt werden, daß der eine Theil ein Multiplum von 13, und der andere ein Multiplum von 7 sey.

Auflösung:

Man suche zuerst das kleinste gemeinschaftliche Multiplum der Zahlen 13 und 7. Dieser ist (IV.) $13 \cdot 7 = 91$.

Dann multiplicire man die große Zahl 500 mit dem größten der beyden gegebenen Factoren, nemlich mit 13, dividire das Product mit 91, als dem kleinsten gemeinschaftlichen Multiplo, und merke den Rest, welcher ein Multiplum von 13, und zu 500 addirt, ein Multiplum von 7 seyn muß. Diesen Rest 39 subtrahire man von dem kleinsten gemeinschaftlichen Multiplo 91, und die Differenz $91 - 39 = 52$ subtrahire man ebenfalls von der großen Zahl 500; so ist jene Differenz 52, das kleinste gemeinschaftliche Multiplum von dem großen Faktor 13, und diese $500 - 52 = 448$ das größte gemeinschaftliche Multiplum des andern kleinern Faktors 7.

Sollte aber kein Rest bleiben, so wird der Divisor dafür genommen, und dieser ist denn auch das verlangte kleinste Multiplum des größern Faktors. Alle übrige

Mul-

Multipla werden nun gefunden, wenn man das Multiplum der beyden Grundzahlen 13 und 7, nach und nach zu 52 addirt, und von 448 subtrahirt. Als:

1) 52 + 448.
2) 143 + 357.
3) 234 + 266.
4) 325 + 175.
5) 416 + 84.

Nun dividire man 448 mit 91, und vermehre den Quotienten mit 1, so hat man die Zahl aller möglichen Antworten, nemlich hier $\frac{448}{91} = 4\frac{84}{91}$; folglich 4 + 1 = 5. Der Rest, welcher durch diese Division entsteht (84) giebt die letzte Zahl der zweyten Reihe an, und wird dieser Rest von der großen Zahl 500 subtrahirt, so ist die Differenz 500 - 84 = 416 die letzte Zahl der ersten Reihe.

Ferner dividire man alle Zahlen der ersten Reihe mit 13, und die Zahlen der zweyten Reihe mit 7, so sind die Quotienten:

1) 4 + 64 = 68.
2) 11 + 51 = 62.
3) 18 + 38 = 56.
4) 25 + 25 = 50.
5) 32 + 12 = 44.

woraus man sieht, daß die Faktoren der ersten Reihe mit 7 zu, und die Faktoren der andern Reihe mit 13 abnehmen. Die Differenz ist also zunehmend und fallend; die Zahl des andern Faktors, wenn beyde bey zusammengesetzten Zahlen zuvor auf den möglichst kleinsten Ausdruck sind gebracht worden; und die Summe der Faktoren geht in der Differenz 13 - 7 = 6 in abnehmender Ordnung fort.

Will

Will man das Glied finden, in welchem die Summe der Faktoren desselben eine gegebene Zahl ausmacht; so sucht man nach §. 83. aus dem ersten Gliede einer arithmetischen Reihe 68, und der Differenz 6 das verlangte Glied. Z. E. in welchem Gliede obiger Faktoren beträgt die Summe derselben 50? so ist:

$68 - 50 = 18$; und $\frac{18}{6} = 3$; daher $3 + 1 = 4$te Glied.

Mit diesem Quotienten 3, multiplicire man nun das kleinste gemeinschaftliche Multiplum 91, addire das Product $91.3 = 273$ zu 52, und ziehe es von 448 ab; so kommen $325 + 175$, als die begehrten Multipla, deren Faktoren $\frac{325}{13} = 25$, und $\frac{175}{7} = 25$ folglich $25 + 25 = 50$ sind.

Sollte es sich indessen ereignen, daß die ersten gefundenen beyden Zahlen keine Multipla der beyden gegebenen Faktoren in ganzen Zahlen sind; so muß man den Rest, welcher immer ein Multiplum des größern Faktors ist, immer mit dem größern Faktor vermehrt, von der gegebenen großen Zahl so oft abziehen, bis die Differenz auch ein Multiplum von dem kleinern Faktor ist.

Z. E. zu 11 und 7 sollen die Multipla gefunden werden, deren Summe 177 ist.

Hier ist $11.7 = 77$; $11.177 = 1947$; und $\frac{1947}{77} = 25\frac{22}{77}$. Nun sollte eigentlich $77 - 22 = 55$ das erste, und $177 - 55 = 122$ das zweyte Multiplum seyn. Das letztere 122 ist aber kein Multiplum von 7; man subtrahirt daher $22 + 11 = 33$ von 177; da aber der Rest $177 - 33 = 144$ noch kein Multiplum von 7 ist; so subtrahire man $33 + 11 = 44$ nochmals von 177, und es bleiben 133, eine

Zahl,

Zahl, welche mit 7 dividirt, nichts übrig läßt. Die beyden Multipla sind also: 44 + 133; und da $\frac{133}{77}$ = $1\frac{56}{77}$: so finden hier überhaupt nur zwey mögliche Antworten statt, nemlich:

44 + 133 und
121 + 56.

Der Beweis ist größtentheils in den obigen Voraussetzungen enthalten, und kann hier um der Kürze willen nicht wol weiter ausgedehnt werden. Ich gehe daher zu Aufgaben fort, welche zur Cöci-Rechnung eigentlich gehören.

§. 121.

1) Aus 15 und 10 löthigem Silber soll 40 Mark 13 löthiges gemacht werden; wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

Auflösung:

Da hier nur zwey Sorten Silber gegeben sind, aus welchen die dritte gemacht werden soll: so findet auch nur Eine Antwort statt. Diese wird erhalten, wenn man die gegebene Menge, 40 Mark, sowol mit dem kleinsten der gegebenen Werthe 10, als auch mit dem verlangten Mittelwerth 13 multiplicirt, und die Differenz dieser Producte 520 - 400 = 120, mit der Differenz der beyden gegebenen Werthe 15 - 10 = 5 dividirt; so ist der Quotient $\frac{120}{5}$ = 24, die zu nehmende Quantität der kostbarern Sorte; diese von 40 abgezogen, läßt 40 - 24 = 16, für die Quantität der geringern Sorte übrig.

Die Rechnung sieht so aus:

13. 40 = 520; und 10. 400 = 400, also

$\frac{520}{15} - \frac{400}{10} = \frac{120}{5}$ = 24 Mark 15 löthiges,
folglich 40 - 24 = " " 16 " " 10 löthig. Silber.

Denn

Denn 24 Mark 15 löthiges halten 360 Loth fein.
und 16 , 10 , , 160 = ,
40 Mischung halten 520 Loth fein,

und 1 Mark hält $\frac{520}{40}$ = 13 Loth fein.

Bey solchen einfachen Aufgaben, hat man also das vorher §. 121. beschriebene Verfahren nicht nöthig.

2) Es sollen für 540 thlr. 100 Stück Vieh, nemlich: Ochsen, Schweine und Schafe gekauft; für 1 Ochsen 10 thlr., für 1 Schwein 4 thlr. und für 1 Schaf 2 thlr. gegeben werden; wie viel Stück jeder Art wird man erhalten? (Vergl. §. 119, 15.)

Auflösung:

Man subtrahire den kleinsten Werth 2, von den andern beyden größern 10 und 4, und merke die Differenzen 8 und 2.

Ferner multiplicire man die Zahl 100 mit dem kleinsten der gegebenen Werthe 2, und ziehe das Product von 540 ab, so ist der Rest = 340.

Dieser Rest 340 muß nun in zwey solche Theile getheilt werden, daß der eine Theil ein Multiplum von 8, und der andere ein Multiplum von 2 sey.

Man suche daher von 8 und 2 das kleinste gemeinschaftliche Multiplum (nach §. 120, IV.) und man findet $\frac{8}{2}\frac{2}{}$ = 8.

Das erste Multiplum von 8 wäre daher 8, weil 340 mit 8 multiplicirt, und dies Product mit 8 dividirt, keinen Rest läßt, und das erste Multiplum in der 2ten Reihe, oder das größte gemeinschaftliche Multiplum von 2 wäre 340 - 8 = 332. Die Anzahl aller Antworten wäre $\frac{332}{8}$ = $41\frac{4}{8}$ = 41 + 1 = 42; die letzte Zahl in der zweyten Reihe 4, und die letzte Zahl in der ersten Reihe 340 - 4 = 336.

Die

Die Summe der Faktoren von $\frac{8}{8} + \frac{3}{2}\frac{3}{2}$ ist $=$ 1 + 166 $=$ 167; sie muß aber weniger als 100 betragen, weil die beyden gefundenen Multipla sich nur auf die ersten beyden Vieharten, als Ochsen und Schweine beziehen. Man suche also das Glied, in welchem die Summe der Quotienten 98 macht, dieses ist $\frac{167-98}{4-1}$ + 1 $=$ $\frac{69}{3}$ - 1 $=$ 24.

Damit multiplicire man das kleinste gemeinschaftliche Multiplum der Zahlen 8 und 2, nemlich 8; so giebt 24. 8 $=$ 192. Die erste Zahl der ersten, 340 - 192 $=$ 148, die erste Zahl der zweyten Reihe; wovon die Summe der Quotienten 98 beträgt.

Wir hätten also eine Antwort auf die vorgelegte Frage gefunden, nemlich für 540 thlr. würde man zu den angegebenen Preisen

$\frac{192}{8}$ $=$ 24 Ochsen
$\frac{148}{2}$ $=$ 74 Schweine, und folglich
100 - 24 - 74 $=$ 2 Schafe
überhaupt 100 Stück Vieh erhalten können.

Es sind aber $\frac{148}{8}$ + 1 $=$ 19 Antworten möglich, welche denn auch gefunden werden, wenn man die Zahlen 192, 148, 2, als den Anfang zu drey Reihen vor sich hinschreibt, und dazu die übrigen 18 Glieder verfertiget, indem man das kleinste gemeinschaftliche Multiplum 8, der beyden Zahlen 8 und 2 in der ersten Reihe addirt; in der zweyten Reihe subtrahirt, und zu 2, die Differenz, der auf ihren kleinsten gemeinschaftlichen Ausdruck gebrachten beyden Zahlen 8 und 2, nemlich 4 - 1 $=$ 3, addirt. Man bekommt alsdann:

	1te	2te	Quotienten.	3te Reihe
1)	192	+ 148.	24 + 74 +	2.
2)	200	+ 140.	25 + 70 +	5.
3)	208	+ 132.	26 + 66 +	8.
4)	216	+ 124.	27 + 62 +	11.
5)	224	+ 116.	28 + 58 +	14.
6)	232	+ 108.	29 + 54 +	17.
7)	240	+ 100.	30 + 50 +	20.
8)	248	+ 92.	31 + 46 +	23.
9)	256	+ 84.	32 + 42 +	26.
10)	264	+ 76.	33 + 38 +	29.
11)	272	+ 68.	34 + 34 +	32.
12)	280	+ 60.	35 + 30 +	35.
13)	288	+ 52.	36 + 26 +	38.
14)	296	+ 44.	37 + 22 +	41.
15)	304	+ 36.	38 + 18 +	44.
16)	312	+ 28.	39 + 14 +	47.
17)	320	+ 20.	40 + 10 +	50.
18)	328	+ 12.	41 + 6 +	53.
19)	336	+ 4.	42 + 2 +	56.

Davon sind die Quotienten.

für alle nur mögliche Antworten, von welchen man nach belieben wählen kann.

Die Probe sey die Berechnung der ersten und letzten Antwort.

Die Erste.

24 Ochsen	a 10 thlr.	= 240	thlr.
74 Schweine	a 4 '	= 296	'
2 Schafe	a 2 '	= 4	'
100 Stück Vieh für	' '	540	thlr.

Die letzte.

42 Ochsen	a 10 thlr.	= 420	thlr.
2 Schweine	a 4 '	= 8	'
56 Schafe	a 2 '	= 112	'
100 Stück Vieh für	' '	540	thlr.

Der

Der Beweis ist nicht schwer. Wenn man nemlich 100 Stück Schafe a 2 thlr. eingekauft hätte; so würde man 200 thlr. ausgegeben, und von 540 thlr. noch 340 thlr. übrig behalten haben. Dafür muß man nun Ochsen und Schweine gegen eben so viel Schafe eintauschen, und für jeden der erstern 8 thlr., und für jeden der letztern 2 thlr., als so viel jedes mehr als 1 Schaf kostet, zulegen. Wollte man nun z. E. (12) 35 Ochsen und 30 Schweine für 65 Schafe eintauschen; so muß man 35. 8 = 280; und 30. 2 = 60, folglich 280 + 60 = 340 thlr. zulegen, und man behält noch 100 - 65 = 35 Schafe übrig.

3) Aus 14, 11, und 9 löthigem Silber, soll eine Masse, 30 Mark schwer, 12 löthig geschmolzen werden; wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

Auflösung:

Wer das vorhergehende wohl verstanden hat, wird auch folgende, ins kurze gefaßte Berechnung leicht begreifen. Es ist nemlich 14 - 9 = 5; 11 - 9 = 2; und das kleinste gemeinschaftliche Multiplum der Differenzen 5 und 2 ist 5. 2 = 10.

Ferner halten 30 Mark 12 löthig Silber 30. 12 = 360 Loth fein. Ziehet man nun 30. 9 = 270 von 360 ab, so bleiben 360 - 270 = 90 übrig, welche Zahl so eingetheilt werden muß, daß die Theile Multipla von 5 und 2 sind.

Nun ist 90. 5 = 450; und $\frac{450}{10}$ = 45. Da hier kein Rest bleibt, so ist 10 das kleinste Multiplum von 5 in ganzen Zahlen; und 90 - 10 = 80, das größte Multiplum von 2. Man erhält daher folgende $\frac{80}{10}$ - 1 = 9 entwickelte Reihen:

	Quotienten.			Summa.
1)	10	+ 80 = 2	+ 40 =	42
2)	20	+ 70 = 4	+ 35 =	39
3)	30	+ 60 = 6	+ 30 =	36
4)	40	+ 50 = 8	+ 25 =	33
5)	50	+ 40 = 10	+ 20 =	30
6)	60	+ 30 = 12	+ 15 =	27
7)	70	+ 20 = 14	+ 10 =	24
8)	80	+ 10 = 16	+ 5 =	21
9)	90	+ 0 = 18	+ 0 =	18.

Von allen diesen Gliedern kann man aber nur von dem $42\frac{30}{3}$ + 1 = 5ten Gliede Gebrauch machen, und man muß daher, um obiger Forderung ein Genüge zu leisten, nehmen:

Vom 14, 11, 9 löthigen Silber

entweder,	1)	10,	20,	0	Mark.
Oder	2)	12,	15,	3	'
'	3)	14,	10,	6	'
'	4)	16,	5,	9	'
'	5)	18,	0,	12	'

Zur Probe diene die 4te Mischung:

16 Mark	14 löthig	halten	224.
5 ' '	11 '	' '	55.
9 ' '	9 '	' '	81.
30 Mark	Mischung	halten '	360 Loth fein,

und 1 Mark = $\frac{360}{30}$ = 12 Loth.

4) Dreyzehen Personen, bestehend aus Männern, Frauen und Kindern, verzehren 118 Groschen; wenn nun jeder Mann 16, jede Frau 10 und jedes Kind 5 gr. bezahlt hat; wie viel Männer, Frauen und Kinder waren es?

Auflösung:

Hier ist 16 − 5 = 11; 10 − 5 = 5; das kleinste gemeinschaftliche Multiplum von 11 und 5 ist = 11. 5 = 55.

Ferner ist: 5. 13 = 65; und 118 − 65 = 53. Desgleichen 11. 53 = 583; und $\frac{583}{55} = 10\frac{33}{55}$.

Nun sollte 55 − 33 = 22 das kleinste hier anwendbare Multiplum von 11 seyn; es ist es aber nicht, weil 53 − 22 = 31 kein Multiplum von 5 ist. Man addire daher 22 + 11 = 33; so ist 53 − 33 = 20, ein Multiplum von 5, folglich sind: 33 + 20, die gesuchten Multipla, und ihre Faktoren geben

$\frac{33}{11} = 3$ Männer,
$\frac{20}{5} = 4$ Frauen, folglich
13 − 3 − 4 = 6 Kinder

für die gesuchten Zahlen. Eine andere Antwort in ganzen Zahlen ist nicht möglich.

5) Für 18 Stück Bücher, bestehend aus Folianten, Quart- und Octavbänden, sind 25 thlr. dergestalt bezahlt worden, daß man für einen Folioband 2 thlr. 8 gr., für einen Quartband 1 thlr. 18 gr. und für einen Octavband 12 gr. bezahlt hat; wie viel waren von jedem Formate?

Auflösung:

Man mache die gegebenen Werthe zu Groschen, so erhält man: $2\frac{1}{3}$ thlr. = 56; $1\frac{3}{4}$ thlr. = 42; $\frac{1}{2}$ thlr. = 12 gr.; und 25. 24 = 600.

Nun ist: 56 − 12 = 44; 42 − 12 = 30; 18. 12 = 216; und 600 − 216 = 384.

Das kleinste gemeinschaftliche Multiplum der Zahlen 44 und 30 ist = $\frac{44.30}{2}$ = 660; 384. 44 = 16896, und $\frac{16896}{660} = 25\frac{396}{660}$;

da

daher 660 - 396 = 264 das eine, und 384 - 264 = 120 das andere Multiplum.

Weil nun $\frac{264}{44} = 6$; und $\frac{120}{30} = 4$; so haben die 18 Bücher bestanden, aus

6 in Folio	a $2\frac{1}{3}$	thlr. =	56 gr.	336.
4 in Quarto	a $1\frac{3}{4}$	" =	42 "	168.
8 in Octavo	a $\frac{1}{2}$	" =	12 "	96.
18 Stück betragen		" " " "		600 Groschen

= 25 thlr.

6) Verschiedene Ingredienzen, wovon das ℔. von der einen Sorte 18 gr., von der andern Sorte 16 gr., und von der dritten Sorte 6 gr. kostet, sollen so untereinander gemischt werden, daß das ℔. 8 gr. kostet; wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

Auflösung:

Hier sind die Differenzen 18 - 6 = 12; 16 - 6 = 10; und davon ist das kleinste gemeinschaftliche Multiplum $\frac{12 \cdot 10}{2} = 60$.

Ferner ist 1. 6 = 6; uhd 8 - 6 = 2.

Nun kommt es darauf an, die Zahl 2, in zwey solche Theile zu zerfällen, daß der Eine Theil ein Multiplum von 12, und der Andere Theil ein Multiplum von 10 sey.

Man multiplicire also den größern Faktor 12 mit dem Rest 2, kommt 24. Diese sollten nun nach der Regel, mit dem größten gemeinschaftlichen Multiplo 60 dividirt werden; da dieß aber nicht angeht, so ist $\frac{24}{60}$ das erste, als von der Zahl 12 das kleinste Multiplum, und die Differenz $2 - \frac{24}{60} = 1\frac{36}{60}$ das andere, als von der Zahl 10 das größte Multiplum:

Die Zahlen $\frac{24}{60}$ und $1\frac{36}{60}$ geben also den Anfang zu zwey Reihen, die man bis zum 96sten Gliede (der Zähler der auf einen Bruch gebrachten Zahl $1\frac{36}{60}$) fortsetzen kann, wenn man $\frac{1}{60}$ (als die Differenz der obigen Zahlen $12\frac{-10}{2} = 6 - 5 = 1$.) zum ersten Gliede addirt, und vom zweyten Gliede subtrahirt.

Wird nun das erste Glied mit 12, das andere aber mit 10 dividirt, und die Summe der Quotienten von 1 subtrahirt, so erhält man, was von der dritten Sorte zu den beyden ersten Sorten genommen werden muß.

Hier folgen einige Glieder der entwickelten Reihe; die ganzen Zahlen sind blos die Zähler zu dem Nenner 60.

1)	24	+	90		$\frac{1}{30}$	+	$\frac{4}{25}$	+	$\frac{121}{150}$	= 1 etc.
7)	30	+	90		$\frac{1}{24}$	+	$\frac{3}{20}$	+	$\frac{97}{120}$	= 1 etc.
17)	40	+	80		$\frac{1}{18}$	+	$\frac{2}{15}$	+	$\frac{73}{90}$	= 1 etc.
27)	50	+	70	und deren Quotienten.	$\frac{5}{72}$	+	$\frac{7}{60}$	+	$\frac{293}{360}$	= 1 etc.
57)	80	+	40		$\frac{1}{9}$	+	$\frac{1}{15}$	+	$\frac{37}{45}$	= 1 etc.
67)	90	+	30		$\frac{1}{8}$	+	$\frac{1}{20}$	+	$\frac{33}{40}$	= 1 etc.

Lasset uns eine Probe mit No. 7 machen:

$\frac{1}{24}$	℔.	a 18 gr.	beträgt	,	$\frac{3}{4}$ gr.
$\frac{3}{20}$	,	a 16	,	,	$2\frac{2}{5}$,
$\frac{97}{120}$	,	a 6	,	,	$4\frac{17}{20}$,
$\frac{120}{120} =$	1 ℔.		kostet	,	$6\frac{40}{20} = 8$ gr.

7) Aus 16, 12, 8 und 4 löthigem Silber, sollen 12 Mark 10 löthiges gemacht werden; wie viel wird man von jeder Sorte nehmen müssen?

Auf

Auflösung:

Da hier vier Zahlen gegeben sind; so ist die Berechnung dieser Aufgabe von den vorhergehenden Aufgaben etwas verschieden.

Man subtrahire den letzten, als den niedrigsten der gegebenen Werthe 4, von dem höchsten 16, von dem zweyten 12, und von dem dritten 8; so sind die Differenzen: 16 - 4 = 12; 12 - 4 = 8; und 8 - 4 = 4.

Man multiplicire eben diesen Werth 4 mit der gegebenen Anzahl Mark, 12, und da 12 Mark 10 löthig 12. 10 = 120 loth fein halten, so ziehe man jenes Product 12. 4 = 48 von 120 ab; die Differenz ist 72.

Nun müssen diese 72 in drey solche Theile zerfällt werden, daß jeder ein Multiplum in der Ordnung von 12, 8 und 4 ist.

Um dieß zu bewerkstelligen, nehme man die erste Differenz 12 zum ersten Multiplo. Dieses von 72 subtrahirt, sollte eigentlich das andere geben; da aber der Rest 72 - 12 = 60 kein Multiplum von 8 ist, sondern einen Ueberschuß von 4 hat; so kommt 60 - 4 = 56, für das andere, und 4 für das dritte Multiplum.

Nun haben wir zur ersten Antwort auf die Frage, die Zahlen: 12 + 56 + 4 erhalten, um aber auch die übrigen zu finden, addire man 12 zur ersten Zahl, und ziehe solche auch von der zweyten Zahl ab; sehe bey der letztern aber zu, ob ein Multiplum von 8 zum Rest bleibt. Ist dies nicht, so wird blos das Multiplum genommen, und der Ueberschuß zur dritten Zahl addirt, welche ausserdem unverändert bleibt. Auf solche Art erhält man folgende fünf Antworten.

1) 12 + 56 + 4.
2) 24 + 40 + 8.
3) 36 + 24 + 12.
4) 48 + 16 + 8.
5) 60 + 8 + 4.

Die vierte Zahl ist der Unterschied, zwischen der Summe der Quotienten und 12. Zu 12 Mark 10 löthigem Silber kann man daher nehmen:

vom	16,	12,	8,	4 löthigem Silber
entweder	1 +	7 +	1 +	3
oder	2 +	5 +	2 +	3
	3 +	3 +	3 +	3
	4 +	2 +	2 +	4
	5 +	1 +	1 +	5.

8) Es sind 180 thlr. unter 14 Personen dergestalt vertheilt worden: daß ein Mann 20 thlr., eine Frau 15 thlr., eine Jungfer 10 thlr., und ein Kind 5 thlr. erhalten hat. Wie viel Personen von jeder Art können es gewesen seyn?

Auflösung:

Man suche die Differenzen: 20 - 5 = 15; 15 - 5 = 10; und 10 - 5 = 5. Ferner ist 14. 5 = 70; und 180 - 70 = 110. folglich:

1) 15 + 90 + 5.
2) 30 + 70 + 10.
3) 45 + 60 + 5.
4) 60 + 40 + 10.
5) 75 + 30 + 5.
6) 90 + 10 + 10.

Es können also gewesen seyn:

	Männer.		Frauen.		Jungfern.		Kinder.
entweder:	1	+	9	+	1	+	3.
oder:	2	+	7	+	2	+	3.
'	3	+	6	+	1	+	4.
'	4	+	4	+	2	+	4.
'	5	+	3	+	1	+	5.
'	6	+	1	+	2	+	5.

Man kann noch mehr Abwechselungen machen, wenn man unter andern, die erste Zahl 15 unverändert läßt; von der zweyten 90, immer nach und nach 10 subtrahirt und zur dritten 10 addirt; so kommen: 15 + 80 + 15; 15 + 70 + 25; 15 + 60 + 35 etc. etc. u. s. f.

9) Für 100 Stück Vieh sind 100 thlr., und zwar für einen Ochsen 10 thlr., für eine Kuh 5 thlr., für ein Kalb 2 thlr., und für ein Schaf $\frac{1}{2}$ thlr. bezahlt worden; wie viel können es von jeder Gattung gewesen seyn?

Auflösung:

Da hier ein Schaf $\frac{1}{2}$ thlr. kostet, so bringe man auch den Werth oder Preis eines jeden andern Viehes auf halbe Thaler, indem man sämtliche gegebenen Werthe mit 2 multiplicirt. Man erhält alsdann: 20; 10, 4 und 1; und 200.

Die Differenzen sind: 20 - 1 = 19; 10 - 1 = 9; 4 - 1 = 3; 1. 100 = 100; und 200 - 100 = 100.

Diese Zahl 100 muß nun in solche Theile zerfällt werden, daß jeder ein Multiplum nach der Ordnung von 19, 9 und 3 ist.

Verfährt man nach der Vorschrift der vorhergehenden Aufgabe, so kommen nur folgende zwey Antworten: 1) 19 + 81 + 0; und 2) 76 + 9 + 15.

Man

Man kann aber noch mehrere erhalten, wenn man die erste Zahl in 1) unverändert läßt, von der 2ten 9 subtrahirt und zur dritten 9 addirt; ferner in 2) die 1ste unverändert läßt; zur zweyten 9 addirt, und von der dritten 9 subtrahirt, so ist:

1)	19	+	81	+	0	folglich	1	+	9	+ 0 + 90.
2)	19	+	72	+	9	' ' '	1	+	8	+ 3 + 88.
3)	19	+	63	+	18	' ' '	1	+	7	+ 6 + 86.
	-		-		-			-		- - -
9)	19	+	9	+	72	' ' '	1	+	1	+ 24 + 74.
10)	76	+	9	+	15	' ' '	4	+	1	+ 5 + 90.
11)	76	+	18	+	6	' ' '	4	+	2	+ 2 + 92 ect.

Münz-Rechnung.

§. 122.

Dazu gehören folgende Vorkenntnisse.

I. Das beym Münzwesen übliche Gewicht ist die Köllnische Mark, oder ein halbes Köllnisches Pfund; welches eingetheilt wird, in:

Mark.	loth.	Quentl.	Pfl.	Grän.	Nichtpfennig.
1.	16.	64.	256.	288.	$65536. = 2^{16}$.
	1.	4.	16.	18.	$4096. = 2^{12}$.
		1.	4.	$4\frac{1}{2}$.	$1024. = 2^{10}$.
			1.	$1\frac{1}{8}$.	$256. = 2^{8}$.

Diese Eintheilung gilt vom Silber; beym Golde hält die Mark 24 Karat oder 288 Grän, und ein Karat = 12 Grän.

Gewichte anderer Länder findet man in Crusens Hamburgschen Kontoristen; in dem kleinen Kontoristen. Erfurt, 1792; und b. a.

II. Der feine Gehalt einer Münze (§. 118, 3.) heißt **Korn**; und das Gewicht, oder wie viel eine Münze wiegen soll, wird **Schrot** genannt.

III.

III. **Valvation** ist die Gegeneinanderhaltung, oder Schätzung einer Münze gegen die andere nach ihrem Gehalte; und **Devalvation** ist die Abwürdigung einer Münze, da sie ganz auſſer Kours gesetzt, oder wenigstens ihrem wahren Werth näher gebracht wird.

IV. **Remedium**; da beym Ausmünzen aller Sorgfalt ungeachtet, nicht immer die gehörige Genauigkeit erreicht werden, und ein Stück zu leicht, das andere zu schwer ausfallen kann; so wird eins ins andere gerechnet, die Mark um etwas geringes weniger fein angenommen, und die Stücken, welche zusammen eine Mark wiegen sollen, werden um etwas geringes leichter gemacht. Die Reichs-Münz-Probier-Ordnung von 1559 verordnet: daß zum Remedio am Korn $\frac{1}{2}$ Grän von einer Mark Goldes, und 1 Grän von einer Mark Silbers; am Schrot hingegen, bey der groben Münze gar nichts, bey der kleinen ein Stück oder etwas drüber, in einem ganzen Werke verstattet seyn, und was an Korn und Schrot bey einem Werke fehlt, bey dem folgenden wieder eingebracht werden soll.

V. **Münzfuß** ist die Ordnung, wie hoch das feine Gold und Silber ausgemünzt werden, und wie jede Münze im Schrot und Korn beschaffen seyn soll. Die vornehmsten Veränderungen des deutschen Münzfußes sind folgende:

1) **Der alte Reichsfuß.** Auf dem Reichstage zu Augsburg, im Jahre 1566 wurde festgesetzt: daß 8 thlr. auf die rauhe, und 9 thlr. auf die feine Mark gehen sollten.

2) **Der Zinnischefuß.** Zu Kloster Zinna im Magdeburgschen, wurde 1667 zwischen Brandenburg und Sach-

sen verabredet: die feine Mark Silber auf 10½ thlr. oder 15¾ fl. auszuprägen.

3) Der Leipziger oder 18 Guldenfuß, der 1690 zu Leipzig, zwischen Sachsen, Brandenburg und Braunschweig festsetzte, die feine Mark Silber auf 12 thlr. oder 18 Fl. auszumünzen. Ob nun gleich dieser Fuß 1738 zum allgemeinen Reichsfuß angenommen wurde: so ist derselbe doch nur von Chur-Braunschweig beybehalten worden.

4) Der Graumannsche oder 21 Guldenfuß, wurde 1750 von Preussen angenommen und 1764 wieder erneuert. Nach demselben sollte die feine Mark Silber auf 14 thlr. oder 21 Fl. ausgeprägt werden.

5) Der Conventionsfuß oder 20 Guldenfuß, zwischen Oestereich und Bayern 1753 errichtet; dem auch Sachsen und Braunschweig beygetreten, nach welchem die feine Mark Silber auf 13⅓ thlr. oder 20 Fl. ausgemünzt werden sollte; und

6) Der 24 Guldenfuß, welcher 1766 im Schwäbischen und Fränkischen Kreise angenommen wurde, und die Mark fein Silber auf 16 thlr. oder 24 Gulden festsetzte.

Folgende Berechnungen können beym Münzwesen vorkommen.

1) Wenn fünflöthig Silber, die Mark fein zu 12 thlr. ausgeprägt werden soll; so findet man folgendes:

Wenn 1 Mark = 16 loth 12 thlr. kosten: so kosten 5 loth $\frac{12 \cdot 5}{16}$ = 3¾ thlr.

Wenn 1 Groschen $\frac{1}{24}$ thlr. ist: so sind in 3¾ thlr. = $24 \cdot 3\frac{3}{4} = \frac{24 \cdot 15}{4}$ = 90 gr. enthalten.

Ein

Ein Groschen wiegt $\frac{16}{90}$ loth $= \frac{8}{45}$ loth; und hält $\frac{8}{45} \cdot \frac{5}{16} = \frac{1}{18}$ Silber; folglich sind in 90 gr. $\frac{1}{18} \cdot 90 = \frac{90}{18} = 5$ loth Silber.
Fünf loth Silber kosten $5 \cdot \frac{12}{16} = 3\frac{3}{4}$ thlr. und $3\frac{3}{4}$ thlr. machen 90 Groschen.

2) Es soll fünflöthiges Silber, die Mark fein zu 16 thlr. ausgeprägt werden; a) für wie viel wird aus der rauhen Mark geprägt? b) wie viel Groschen gehen auf die rauhe Mark? c) wie viel fein Silber enthälts, und d) was wiegt ein Groschen?

Auflösung:

a) Wie 16 zu 16; so 5 zu x; und $x = \frac{16 \cdot 5}{16} =$ 5 thlr.

b) Ein Groschen ist $\frac{1}{24}$ thlr. folglich gehen auf die rauhe Mark, $5 \cdot 24 = 120$ gr.

c) Ein Groschen wiegt $\frac{16}{120}$ loth. $= \frac{2}{15}$ loth; und enthält $\frac{2}{15} \cdot \frac{5}{16} = \frac{1}{24}$ loth Silber; und in 120 gr. sind $\frac{120}{24} = 5$ loth Silber. Diese kosten $5 \frac{16}{16} =$ 5 thlr.

3) Für 100 thlr. Preußis. Viergroschenstücke, wiegen 13 Mark 8 loth $= 216$ loth. Die Mark fein wird zu 14 thlr. ausgeprägt; für die rauhe Mark rechnet man $\frac{11}{27}$ thlr. an Münz-Kosten; wie viel loth fein hält die rauhe Mark?

Ausrechnung:

Die Münz-Kosten sind $13\frac{1}{2} \cdot \frac{11}{27} = \frac{27 \cdot 11}{2 \cdot 27} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$ thlr., folglich sind 100 thlr. nur werth $= 100 - 5\frac{1}{2} = 94\frac{1}{2}$ thlr. Nun sage man:

Wie viel loth fein hält 1 rauhe Mark?
wenn $13\frac{1}{2}$ Mk. von $94\frac{1}{2}$ thlr. geprägt
und 14 thlr. für 16 loth fein bezahlt werden.

$$\frac{94\frac{1}{2} \cdot 16}{13\frac{1}{2} \cdot 14} = \frac{189 \cdot 8}{27 \cdot 7} = 8 \text{ löthig.}$$

4) Wie viel Viergroschenstücke müssen aus der Mark 8 löthigem Silber geschlagen werden, wenn die Mark fein 14 thlr. kostet?

Ausrechnung:

Wie viel Stück aus 1 rauhen Mark,
wenn 1 rauhe Mark 8 löthig
und 16 loth . . 14 thlr. und
für 1 thlr. . . 6 Stück.

$\frac{1.14.6}{16} = 6.7 = 42$ Stück. Es sind also $\frac{600}{13\frac{1}{2}} = 42 = 2\frac{4}{9}$ Stück für Münz-Kosten gerechnet.

5) Aus 8 löthigem Silber werden die Mark fein zu 14 thlr. gerechnet, Viergroschenstücke geschlagen, wovon 600 Stück $13\frac{1}{2}$ Mark wiegen; wie viel ist dabey an Münzkosten gerechnet?

Auflösung:

a) Man suche, wie viel Stück auf die rauhe Mark gehen, und was dieselben gelten sollen:

$$\frac{600}{13\frac{1}{2}.6} = \frac{200}{27} = \frac{200}{27} = 7\frac{11}{27} \text{ thlr.}$$

b) Wie viel fein Silber in der rauhen Mark enthalten seyn muß:

In $7\frac{11}{27}$ thlr. sind $\frac{16.7\frac{11}{27}}{14} = \frac{1600}{189} =$

$8\frac{88}{189}$ loth fein enthalten;

c) Wenn nun $8\frac{88}{189}$ loth fein $7\frac{11}{27}$ thlr. werth sind; wie viel sind 8 loth fein werth?

$$\frac{7\frac{11}{27}.8}{8\frac{88}{189}} = \frac{200}{27}.\frac{8}{1600}.\frac{189}{1} = \frac{63}{9} = 7 \text{ thlr.}$$

Diese 7 thlr. von $7\frac{11}{27}$ thlr., oder von dem was die rauhe Mark beträgt, abgezogen, bleiben $7\frac{11}{27} - 7 = \frac{11}{27}$ thlr. für die Münzkosten übrig.

6) Aus 8 löthigem Silber werden Viergroschenstücke wovon 600 Stück $11\frac{1}{2}$ Mark wiegen, geschlagen; die Münzer-Kosten sind $\frac{1}{27}$ thlr. für die rauhe Mark; wie hoch wird die Mark fein gerechnet.

Auflösung:

Von $7\frac{1}{2}\frac{1}{7}$ thlr. (a im vorigem Exempel) werden $\frac{1}{2}\frac{1}{7}$ thlr. subtrahirt; und denn sagt man: wie 8 loth zu 16 loth; so 7 thlr. zu x: so ist $x = \frac{16 \cdot 7}{8} = 14$ thlr.

7) Vielleicht stehen folgende Nachrichten, vom Gewicht des Preußis. und Sächsischen Geldes hier nicht am unrechten Orte.

A. Preußis. Geld; die Mark fein zu 14 thlr.

100 Stück ganze 200 " halbe 400 " viertel	} Thaler	wiegen 9 Mark $9\frac{3}{7}$ loth.
100 thlr.	Drittel	wiegen 10 Mark 12 loth.
100 thlr.	Viergroschenstücke	wiegen 13 Mark 8 loth.
100 thlr.	Zweygroschenstücke	" " 18 " 11 "
100 thlr.	Eingroschenstücke	" " 20 " 10 "
100 thlr.	Sechspfennigstücke	" " 28 " 2 "

Zu den ganzen, halben und viertel Thalern ist $11\frac{17}{18}$ löthig; zu den Dritteln, Vier- und Zweygroschenstücken ist 8 löthig; und zu den Groschen und Sechspfennigstücken ist $3\frac{6}{18}$ löthig Silber. Von den ganzen Thalern gehen $10\frac{1}{2}$ Stück auf die rauhe Mark.

B. Sächsisches, oder Conventionsgeld die Mark fein $13\frac{1}{3}$ thlr.

		wiegen	und gehen auf die rauhe Mk.
100 Stück	Species	" " "	$8\frac{1}{3}$.
200 "	Gulden	} 12 Mark " "	$16\frac{2}{3}$.
400 "	halbe Gulden	" " "	$33\frac{1}{3}$.

wie-

		wiegen	und gehen auf die rauhe Mk.
100 thlr.	Viergroschenstücke	$13\frac{11}{13}$	$43\frac{1}{3}$.
100 thlr.	Zweygroschenstücke	$17\frac{1}{7}$	70.
100 thlr.	Eingroschenstücke	$20\frac{20}{53}$	$117\frac{7}{9}$.
100 thlr:	Sechspfennigstücke	$22\frac{58}{161}$	$214\frac{2}{3}$.
100 thlr.	Dreypfennigstücke	$35\frac{95}{203}$	$270\frac{2}{3}$.

Die rauhe Mark von den Species, Gulden und halben Gulden hält $12\frac{1}{3}$ loth; von den Viergroschenstücken $8\frac{2}{3}$ loth; von den Zweygroschenstücken 7 loth; von den Eingroschenstücken $5\frac{8}{9}$ loth; von den Sechspfennigstücken $5\frac{1}{9}$ loth; und von den Dreypfennigstücken $3\frac{2}{9}$ loth fein.

8) Will man die Verhältniß zwischen zwey Münzen, z. E. zwischen einem louisd'or und einen Dukaten finden: so bringe man ihren Werth auf einerley Münz-Sorte; schreibe beyde Werthe in Form eines Bruches, bringe denselben auf die kleinsten Zahlen, und verwechsele die Benennungen: so erfährt man von jeder Sorte die Anzahl der Stücken, welche gegeneinander von gleichem Werth sind. Z. E. Ein louisd'or gilt $5\frac{1}{2}$ thlr. und ein Dukaten gilt 3 thlr. im Preußs. Gelde, so ist:

$$\frac{5\frac{1}{2}\text{ thlr. ld'or}}{3\text{ thlr. Duk.}} = \frac{11\text{ Duk.}}{6\text{ ld'or}}$$ d. i. 11 Duk. = 6 ld'or.

So ist es auch mit den Silber von verschiedenem Gehalt. Z. E. das 5 löthige verhält sich zum feinen 16 löthigen wie $\frac{5}{16}$, wie 16 zu 5; d. i. 16 Mark 5 löthig = 5 Mark fein.

Ferner das 4 löthige zum feinen wie $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$, wie 4 zu 1. d. i. 4 Mark 4 löthig = 1 Mark fein.

Denn

Denn man benenne den ersten Bruch $\frac{4}{16}$ mit $\frac{a}{b}$ und den letzten $\frac{1}{4}$ mit $\frac{c}{d}$; so ist nach §. 121, V, ad = bc. d. i. 4. 4 = 1. 16.

9) Ein Stück Geld mit einem andern zu vergleichen, und zu finden, wie viel solches nach einem andern Münzfuße werth sey. Z. E. ein Preußis. Thaler von 12 löthigem Silber wiegt 463 Holländis. Aßen, deren 4864 eine Köllnische Mark machen; wie viel ist derselbe nach dem 20 Fl. Fuß, nach welchem die Mark fein zu $13\frac{1}{3}$ thlr. ausgemünzt wird, werth?

Auflösung:

Man suche zuerst, wie viel Stück solcher Thaler auf die rauhe Mark gehen.

Wenn 1 thlr. 463 Aßen wiegt, so gehen auf die rauhe Mark $\frac{4864}{463} = 10\frac{234}{463}$ Stück.

Denn suche man, wie viel Thaler aus einer Mark 12 löthigem Silber nach dem 20 Fl. Fuß geprägt werden.

Wie sich 16 loth zu 12 loth verhalten, so $13\frac{1}{3}$ thlr.

zu x und $x = \frac{12.\ 13\frac{1}{3}}{16} = 10$ thlr.

Nun sage man: $10\frac{234}{463}$ geben 10 thlr. was 1 thlr.?

$\frac{10.463}{4864} = \frac{2315}{2432}.\ 24 = \frac{6945}{304} = 22$ gr. $10\frac{11}{76}$ pf.

Nach der Kettenrechnung kürzer, so:

Was kosten , , 463 Aß
wenn 4864 Aß , 12 loth fein halten,
und , 16 loth fein $13\frac{1}{3}$ thlr. kosten.

$\frac{463.\ 12.\ 13\frac{1}{3}}{16.\ 4864} = \frac{4630}{4864} = \frac{4630}{4864}.\ 24 = \frac{6945}{304} = 22$

gr. $10\frac{11}{76}$ pf.

10)

10) Wenn die Dukaten in Hamburg 1 Procent besser sind als 2 thlr. Bco. (d. i. wenn 50 Dukaten nicht 100, sondern 101 thlr. Bco. ausmachen, und der Kours zwischen Hamburg und Königsberg 119 gr. Pohlnisch ist, (d. i. 1 thlr. Bco. macht 119 gr. Pohlnisch); wie viel betragen 1000 Dukaten in pohlnischen Gulden, jeden zu 30 gr. Pohlnisch gerechnet?

Auflösung:

? Pohlnis. Fl. – 1000 Dukaten,
50 Dukaten – 101 thlr. Bco.
1 Bco. – 119 gr.
30 gr. – – 1 Fl.

$\frac{10}{3} \cdot \frac{101}{5} \cdot 119 = \frac{2 \cdot 101}{3} \cdot 119 = \frac{24038}{3} = 8012\frac{2}{3}$ Fl.

11) Es sollen 100 Rubel von Petersburg nach Berlin gesandt und dort in Dukaten bezahlt werden. Der Petersburger Kours ist $47\frac{1}{2}$ Stüber; 20 Stüber machen 1 Fl. holl.; $2\frac{1}{2}$ Fl. einen Species-Thaler. Der Kours von Holland nach Berlin ist 142; und 1 Dukaten gilt in Berlin 3 thlr.

Auflösung:

Wie viel Dukaten für 1000 Rubel,
wenn 1 Rubel – $47\frac{1}{2}$ Stbr.
20 Stbr. – – 1 Fl.
$2\frac{1}{2}$ Fl. – 1 Sp. Thaler.
100 thlr. Sp. 142 thlr. Preußis.
3 thlr. Preußis. 1 Ducaten.

$\frac{95}{2} \cdot \frac{142}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{71 \cdot 19}{3} = \frac{1349}{3} = 449\frac{2}{3}$ Dukaten.

12) Die Mark fein Silber gelte in Hamburg. Bco. 27 Mark 12 ßl., was gilt die Mark 13 löthiges Silber in Hamb. Courant, wenn dieses $21\frac{1}{2}$ Procent schlechter ist, als Banco.

Auf-

Auflösung:

Wie viel Hambur. Cour. für 1 Mk. 13 löth. S.
wenn 16 Mk. 13 löth. S. = 13 Mk. 16 Loth.
1 Mk. fein = 27 Mk. 12 ßl. Bco.
100 Mk. Bco. = $121\frac{1}{2}$ Mk. Cour.

$$\frac{13 \cdot 27 \cdot 121\frac{1}{2}}{16 \cdot 100.} = \frac{13\,27 \cdot 243}{16 \cdot 100 \cdot 2} =$$

13) Aus 284 Grän, oder $\frac{284}{288}$ Mark feinem Golde werden 67 Dukaten geschlagen. Ein Dukaten gilt 4 Gulden; ferner: aus einer Mark fein Silber werden 18 Gulden geprägt; was kostet eine Mark fein Gold? – oder: wie verhält sich das Gold zum Silber?

Auflösung:

$\frac{284}{288} = \frac{71}{72}$. Wenn nun 67 Dukaten $= \frac{71}{72}$ Mark Goldes; so ist 1 Mark Goldes $= \frac{67}{71}\frac{72}{}$ Dukaten, oder $67\frac{72}{71} \cdot 4$ Gulden, $= 67\frac{72 \cdot 4}{71}\frac{:4}{18} = \frac{2144}{142} = 15\frac{7}{71}$ Mark fein Silbers, und das Gold verhält sich zum Silber wie 1 zu $15\frac{7}{71}$. Und nach der Kettenrechnung:

? Mark fein – 288 Grän Gold
284 Grän Gd. – 67 Duk.
1 Duk. – 4 Fl.
18 Fl. – 1 Mk. fein.

$$\frac{288 \cdot 67 \cdot 4 \cdot}{284 \cdot 18} - = \frac{16 \cdot 67 \cdot}{71} = 15\frac{7}{71} \text{ Mark fein.}$$

14) Auf die rauhe Mark Gold zu 284 Grän fein, gehen 67 Dukaten a 4 Fl. Die Verhältniß des Goldes zum Silber sey = 1 zu $15\frac{1}{71}$. Zu wie viel Gulden muß die Mark fein Silber ausgemünzt werden?

Auflösung:

284 Grän Gold sind = 67 Dukaten, oder $67 \cdot 4 = 268$ Gulden; folglich 1 Mark Gold oder 288 Grän

Grän $= \frac{288 \cdot 268}{284} = \frac{72 \cdot 268}{71}$ Gulden, oder $15\frac{7}{71}$ Mark fein Silber; und

1 Mk. f. Silb. $= \frac{288}{15\frac{7}{71}} = \frac{288 \cdot 71}{10\frac{1}{2}} = \frac{18 \cdot 71}{67}$ Grän Gold.

Daher: wie

$$288 : \frac{18 \cdot 71}{67} = \frac{72 \cdot 268}{71} : x$$

und $x = \frac{18 \cdot 71}{288} \frac{72 \cdot 268}{67 \cdot 71} = \frac{134 \cdot 9}{67} = \frac{1206}{67} = 18$ Guld.

Oder nach der Kettenrechnung:

? Fl. – 1 Mark fein Silber.
$15\frac{7}{71}$ Mark – 1 Mark Gold.
$\frac{71}{72}$ Mk. G. – 67 Dukaten,
1 Duk. – 4 Fl.

$$\frac{67 \cdot 4 \cdot 71 \cdot 72}{18 \cdot 67 \cdot 71} = \frac{72}{4} = 18 \text{ Fl.}$$

15) Die Verhältniß des Goldes zum Silber sey, wie 1 zu $15\frac{7}{71}$ (n 4.), wie viel ist ein Dukaten, deren 67 aus $\frac{284}{288}$ Mark Goldes geschlagen werden, im 20 Guldenfuß werth?

Auflösung:

1) Wie 288 zu 284, so $15\frac{7}{71}$ zu x Mark Silber.

$$\text{und } x = \frac{284 \cdot 15\frac{7}{71}}{288} = \frac{59}{4} = 14\frac{3}{4} \text{ Mk. Silb.}$$

284 Grän Gold sind also $= 14\frac{3}{4}$ Mark Silber.

2) Eine Mark kostet $13\frac{1}{3}$ thlr., was $14\frac{3}{4}$ Mark –?

$x = 13\frac{1}{3} \cdot 14\frac{3}{4} = \frac{40}{3} \cdot \frac{59}{4} = \frac{590}{3} = 196\frac{2}{3}$ thlr.

3) Wenn nun 67 Dukaten kosten $196\frac{2}{3}$ thlr., so kostet Einer: $\frac{196\frac{2}{3}}{67} = \frac{590}{3 \cdot 67} = 2\frac{188}{201}$ thlr. $= 2$ tlr. 22 gr. $5\frac{75}{201}$ pf.

16) Man hat 400 Mark 15 löthiges Silber; diese sollen mit 4 löthigem beschickt werden, daß die Mark fein 13 Loth 6 Grän $= 13\frac{1}{48}$ Loth hält. Hieraus will man halbe Gulden, nach dem Conventionsfuß, die Mark fein zu $13\frac{1}{3}$ thlr. ausmünzen; a) wie viel 4 löthiges muß man hinzuthun, damit die legirte Mark $13\frac{1}{48}$ löthig werde? b) wie viel hält die rauhe Mark an feinem Silber? c) wie viel halbe Gulden gehen auf die rauhe Mark? d) wie viel fein Silber enthält ein halber Gulden? und was wiegt derselbe?

Auflösung:

a) (§. 119, 8.);

$$\frac{15 - 13\frac{1}{48}}{15 - 4} = \frac{1\frac{47}{48}}{11} = \frac{95}{528},\ 4 \text{ löthiges.}$$

Daher $528 - 95 = 433 : 95 = 400 : x$

und $x = \frac{95 \cdot 400}{433} = \frac{38000}{433} = 87\frac{329}{433}$ Mk. 4 löth.

Denn 400 Mark 15 löthig halten 6000 Loth fein.

$87\frac{329}{433}$, 4 , , $351\frac{17}{433}$, ,

$487\frac{329}{433}$ Mark halten , , $6351\frac{17}{433}$ Loth fein;

und $\frac{6351\frac{17}{433}}{487\frac{329}{433}} = \frac{2750000}{211200} = \frac{27500}{2112} = 13\frac{1}{48}$.

b) Wenn 16 Loth kosten $13\frac{1}{3}$ thlr., so kosten $13\frac{1}{48}$ Loth

$$\frac{13\frac{1}{3} \; 13\frac{1}{48}}{16} = \frac{40 \cdot 625}{16 \cdot 48 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 625}{16 \cdot 6 \cdot 3} = \frac{3125}{288} =$$

$10\frac{245}{288}$ thlr.

c) Wenn ein halber Gulden $\frac{1}{3}$ thlr. ist; so sind in $10\frac{245}{288}$ thlr. oder in der rauhen Mark $10\frac{245}{288} \cdot \frac{1}{3}$ $= \frac{3125 \cdot 3}{288} = \frac{3125}{96} = 32\frac{53}{96}$ halbe Gulden enthalten.

d) Ein halber Gulden wiegt $\frac{16}{32\frac{53}{96}} = \frac{1536}{3125}$ Loth,

und enthält $\frac{1536}{3125} \cdot \frac{13\frac{1}{48}}{16} = \frac{1536 \cdot 625}{3125 \cdot 16 \cdot 48} = \frac{2}{5}$ Loth Silber; folglich enthalten $32\frac{53}{96}$ halbe Gulden: $32\frac{53}{96} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3125 \cdot 2}{96 \cdot 5} = \frac{6250}{480} = \frac{625}{48} = 13\frac{1}{48}$ Loth Silber. etc.

Die Falsi-Rechnung.

§. 123.

Die Falsi-Rechnung ist die Kunst, aus willkührlich angenommenen unrichtigen Sätzen, Wahrheit zu folgern. Ehe die Buchstaben-Rechenkunst so allgemein wurde, war sie vom häufigen Gebrauch, und man bediente sich derselben algebraische Aufgaben, vom ersten Grade aufzulösen. Wer die Algebra versteht, braucht freylich die Falsi-Rechnung nicht mehr; für jeden andern kann sie von erheblichen Nutzen seyn, und verdient daher in einer Anleitung zur Arithmetic, immer eine Stelle.

Man hat zwey Arten derselben: eine einfache und eine doppelte. Von beyden soll in den folgenden Aufgaben das Erforderliche beygebracht werden.

1) Eine Zahl zu finden, welche ihrer Hälfte zu ihrem vierten und fünften Theil addirt, 78 ausmacht.

Auflösung.

Man nehme nach Belieben eine Zahl, die sich bequem, ohne Brüche, in die angegebenen Theile zerfällen lasse, z. E. 20. und verfahre damit, wie es die Aufgabe verlangt. Dann sage man nach der Regel de Tri: wie sich das herausgekommene falsche Resultat zum wahren verhält; so verhält sich auch die angenommene Zahl zur wahren.

Man

Man rechne:

20 die angenommene Zahl.
10 deren Hälfte.
5 deren Viertel.
4 deren Fünftel.

Summa 39 soll 78 seyn.

Daher: $39 : 78 = 20 : x$
und $x = \frac{78 \cdot 20}{39} = \frac{26 \cdot 20}{13} = 40$.

2) Eine Zahl zu finden, welche wenn sie mit 5 dividirt, und der herauskommende Quotient mit 3 multiplicirt, (oder mit $\frac{3}{5}$ multiplicirt) wird, 147 giebt?

Auflösung:

Man nehme 525; so ist $\frac{525}{5} = 105$; und $105 \cdot 3 = 315$.

Daher $315 : 147 = 525 : x$
und $x = \frac{147 \cdot 525}{315} = 245$.

3) A und B fangen an zu spielen; A hat 72 thlr. B hat 52 thlr., beyde also haben $72 + 52 = 124$ thlr. Nachdem sie aufgehört haben, hat A dreymal mehr Geld als B; wie viel hat A gewonnen?

Auflösung:

Man nehme 20; so ist $20 \cdot 3 = 60$; $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$; und $60 + 20 = 80$.

Daher $80 : 124 = 20 : x$
und $x = \frac{124 \cdot 20}{80} = 31$.

So vielmal als die angenommene Zahl größer oder kleiner ist, als die wahre Zahl, um so vielmal müssen auch ihre Theile größer oder kleiner werden; daher sich das falsche Resultat zum wahren verhalten muß, wie die angenommene Zahl zur wahren Zahl.

4) Drey Personen A, B, C, schiessen zusammen 76 thlr., B giebt 10 thlr. mehr als A, und C so viel als A und B; was hat A gegeben?

Auflösung:

Diese Aufgabe gehört zur doppelten Falsi-Rechnung, und wird so aufgelöset.

1) Man wähle zwey Zahlen, und verfahre damit nach der Aufgabe.

2) Das Resultat derselben ziehe man von dem wahren Resultate ab; so bleibt auf beyden Seiten, oder auf jeder Seite, entweder zu wenig oder zu viel.

3) Beyde Differenzen schreibe man untereinander, und setze denselben das Zeichen + oder − vor, je nachdem jede mehr oder weniger beträgt, als die gegebene Zahl; und neben einer jeden schreibe man die angenommene Zahl, woraus sie entstanden ist.

4) Denn multiplicire man übers Kreuz; d. i. jede Differenz mit der andern angenommenen Zahl.

5) Von den beyden Producten suche man den Unterschied, wenn die Zeichen gleich sind, oder deren Summe, wenn die Zeichen ungleich sind. Bey entgegengesetzten Größen, das sind solche, die das Zeichen + und − vor sich haben, verwandelt sich die Subtraktion in Addition, und umgekehrt.

6) Auch die in (n. 2.) gefundenen Unterschiede subtrahiere man, wenn die Zeichen gleich sind, oder addire dieselben, wenn die Zeichen ungleich sind; und

7) dividire damit den in (n. 5.) gefundenen Unterschied; so ist der Quotient die gesuchte wahre Zahl.

Ausrechnung der Aufgabe.

Man setze: A habe entweder 2 oder 10 gegeben, so ist

a) für A = 2 b) für A = 10
, B = 12 , B = 20
, C = 14 , C = 30
28. 60.

so ist 76 - 28 = -48, und 76 - 60 = - 16.

Ferner: - 48 . 2. 480
⋈ ⋈
- 16 . 10. 32
Unterschied 448.

Und da 48 - 16 = 32; so ist $\frac{448}{32}$ = 14.
Es haben also gehabt A = 14.
B, 14 + 10 = 24.
C, 24 + 14 = 38.
Summa 76.

5) Aus einem Körbchen voller Pflaumen sollen drey Personen A, B, C, erhalten: A die Hälfte und eine drüber; B wieder die Hälfte und eine drüber; C wieder die Hälfte und drey drüber. Das Körbchen ist geleert; wie viel Pflaumen sind darinn gewesen?

Auflösung:

Man setze, es wären entweder 20 oder 60 darinn gewesen, so ist

Von 20.

Die Hälfte und 1 = 11.
Die Hälfte und 2 = $5\frac{1}{2}$.
Die Hälfte und 3 = $4\frac{3}{4}$.
Summa $21\frac{1}{4}$.
folglich zu viel, + $1\frac{1}{4}$.

Von

Von 60.

Die Hälfte und 1 = 30 + 1. = 31.
Die Hälfte und 1 = $14\frac{1}{2}$ + 1 = $15\frac{1}{2}$.
Die Hälfte und 3 = $6\frac{3}{4}$ + 3 = $9\frac{3}{4}$.

Summa = $56\frac{1}{4}$.
folglich zu wenig, - $3\frac{3}{4}$.

Ferner:

+	$1\frac{1}{4}$.	× 20.	× 75
-	$3\frac{3}{4}$.	60.	75
addirt	5.		150.

Daher $\frac{150}{5}$ = 30. wahre Zahl.

Begreiflich kann man für 20 und 60 auch andere Zahlen nach Belieben nehmen.

Im 3ten Theile der Volksmärchen der Deutschen, S. 104, ist diese Aufgabe in Form eines Räthsels sehr artig vorgetragen. Zuerst wurde daselbst behauptet: daß 60 Stück, und darnach daß 45 Stück Pflaumen in dem Körbchen befindlich wären. Auf die Antwort 60, wurde erwiedert: Wenn noch einmal so viel, ein halbmal und ein drittel so viel seyn, als das Körbchen in sich faßt, und überdas noch fünfe hinzugezählt werden: so wären ihrer gerade so viel über 60, als jetzt daran fehlen; und auf die Antwort 45 hieß es: Wenn ihrer ein drittel, ein halbmal und ein sechstel so viel wären, als ihrer sind; so würden gerade so viel über fünf und vierzig liegen, als jetzt daran fehlen.

Zugabe,

von den üblichsten Maaßen und Gewichten.

Gemeine Fußmaaße.

1 Ruthe = 12 Fuß; 1 Fuß = 12 Zoll; 1 Zoll = 12 Linien. 1 Lachter = 7 Fuß; 1 Klafter = 6 Fuß; 1 Elle = 2 Fuß.

Geometrisches- oder Decimalmaaß.

1 Ruthe = 10 Fuß; 1 Fuß = 10 Zoll; 1 Zoll = 10 Linien; 1 Linie = 1 Scrupel.

Meilenmaaß.

1 Geographische Meile hält 22842 Französische oder 23628 Rheinländ. Fuß.

1 Deutsche Meile	24000	" "
1 Schwedische	33750	" "
1 Ungarsche	26580	" "
1 Spanische	19700	" "
1 Niederländische	18000	" "
1 Italiensche	5900	" "
1 Engländische	5060	" "
1 Russische, 1 Werst	1695	" "
1 Türkische	5300	" "
1 Niederländsche, Engländsche und große Franz. Seemeile	17700 etc.	" "

Flächenmaaß.

1 Quadratruthe = 100 □ Fuß = 10000 □ Zoll = 10 Riemruthen. 1 □ Fuß = 100 □ Zoll = 10 Riemfuß 1 Riemfuß. = 10 □ Zoll. 1 Morgen = 300 □ Ruthen; 1 Hufe = 30 Morgen.

Körpermaaß.

1 Kubikruthe = 10 Schachtruthen; 1 Schachtruthe = 10 Balkenruthen = 1 Balkenr. = 10 □ Fuß; 10 Schachtfuß = 1000 □ Zoll = 1 Kubikfuß. 10 Balkenfuß = 1 Schachtfuß; 1 Balkenfuß = 10 □ Zoll.

Gewicht.

Kramer-Gewicht.

1 Centner = 110 ℔. = 5 schwere Stein; 1 schw. Stein = 22 ℔.; 1 kl. Stein = 11 ℔.; 1 ℔. = 16 Unzen = 32 Loth. 1 Unze = 2 Loth 1 Loth = 4 Quentchen.

Fleischer-Gewicht ist schwerer, und gehn davon nur 100, an manchen Orten auch nur 90 ℔. auf 1 Cent. = 5 Stein; und 1 Stein hält nur 18 ℔.

Schifs-Gewicht.

Eine Schifsladung = 100 Lasten; 1 Last = 12 Schifspfund; 1 Schifspfund = 20 Lieſspfund; 1 L. ℔. = 14 - 15 ℔. und 1 Tonne = 6 Schifspfund = 2000 ℔.

Apotheker-Gewicht.

1 ℔. = 12 Unzen; 1 Unze (℥) = 2 Loth = 8 Drachma. 1 Drachma (ʒ) 1 Quent. = 3 Scrupel; 1 Scrupel (℈) = 20 Gran; 1 Gran = 3 Grän.

Getreyde-Maaß.

1 Last = 6 Malter = 3 Wisp. 1 Wisp. = 2 Malt. = 24 Scheffel. 1 Scheffel = 16 Metzen = 4 Viertel.

Weinmaaß.

1 Fuder = 4 Orhof; 1 Orhof = 1½ Ohm; 1 Ohm = 2 Eymer; = 4 Anker, 1 Eymer = 64 Maaß = 2 Anker; 1 Anker = 32 Maaß.

Papier.

1 Ballen = 10 Rieß; 1 Rieß = 20 Buch; 1 Buch = 24 Bogen im Schreibpap., im Druckpap. aber 25 Bogen.

Zusätze.

§. 1.

Zu §. 41.

Selten braucht man mehr Decimaltheile, als in dem Multiplikandus enthalten sind; und in diesem Falle kann man sich einer abgekürzten Multiplication bedienen, auf folgende Weise. Es sollen z. E. 351783 mit .56789 multiplicirt werden. Man kehre den Multiplicator 56789 um, und multiplicire in dem nebenstehenden Exempel mit der ersten Zahl desselben, wie gewöhnlich alle obere Zahlen; fange aber bey der zweyten, und bey allen folgenden, nur bey den Ziffern des Multiplikandus an, die über dem Multiplikator stehen, und setze die Producte so, daß die ersten Ziffern derselben rechter Hand, in grader Linie untereinander zu stehen kommen. Ehe man diese erste Ziffer aber hinschreibt, muß man die vorhergehende Ziffer des Multiplikandus mit der Ziffer des Multiplikators in Gedanken multipliciren, und wenn die Einer des Products 5 oder drüber sind, Eins zu den Zehnern addiren, und diese Zahl denn dem folgenden Producte hinzufügen.

```
0, 351783
   98765
---------
1758915
 211070
  24625
   2814
    316
---------
0, 1997740 . . .
```

In

In dem obigen Beispiele ist erst mit 5 durchmultiplicirt worden. Nach der Vorschrift sollte nun mit der 6 und 8 fortgefahren werden; weil aber 6 mit der, der 8 vorhergehenden Zahl 3 multiplicirt, 18 macht: so muß man zu dem Producte 6. 8 = 48 noch 2 addiren, und dann wird die erste Ziffer des zweyten Products, 0. Ferner ist 7. 7 = 49; weil aber 7. 8 = 56 ist: so muß man 6 zu 49 addiren, und denn wird die erste Zahl in der dritten Reihe 5, desgleichen ist 1. 8 + 6 = 14; und 5. 9 + 1 = 46. Die Richtigkeit dieses Verfahrens zeigt sich, wenn man das Exempel auf die gewöhnliche weitläuftige Art berechnet.

§. 2.

Zu §. 42.

An statt daß man einem Decimalbruche welcher dividirt werden soll, einige Nullen anzuhängen pflegt, um einen genauern Quotienten zu bekommen, kann man demselben lauter 5 zusetzen. Die fehlenden Ziffern, wenn der Bruch ins Unendliche fortgeführt worden wäre, fallen immer zwischen 0 und 9, und nähern sich also der 5 stets mehr oder weniger, und die letzten Ziffern des Quotienten werden um Einen oder etliche Einer größer.

Beispiele. Es soll dividirt werden: $\frac{2}{2,0}\frac{4}{3}\frac{5}{7}\frac{7}{7}$.

2037 : 24675555	1,2113.	2037 : 24670000	1,2110.
43061885		43066373	
23477		2229	
273		21	
1			

§. 3.

Zu §. 43.

Einen Decimalbruch in einem gemeinen Bruch zu verwandeln.

1)

1) Endliche Decimalbrüche schreibt man als einen gemeinen Bruch, und hebt ihn nach §. 19. auf.

Z. E. $0,625 = \frac{625}{1000} = \frac{125 \cdot 5}{125 \cdot 8} = \frac{5}{8}$.

2) Decimalbrüche, die ohne Ende fortgehn, und bey denen zugleich eine oder mehr Ziffern immer wiederholt werden, betrachtet man als Zähler, welche zum Nenner lauter 9 haben, und verkleinert sie ebenfalls nach §. 19.

Z. E. $0,296296... = \frac{296296}{999999} = \frac{8}{27}$.

$0,428571... = \frac{428571}{999999} = \frac{47619}{111111} = \frac{15873}{37037} = \frac{3}{7}$.

3) Unendliche Brüche, deren Ziffern in keiner bestimmten Ordnung fortgehn und wiederkehren, müssen anders behandelt werden. Ein Beispiel wird das dabey zu beobachtende Verfahren deutlich machen.

$0,0913221253 5$, soll in einen gemeinen Bruch verwandelt werden.

Auflösung:

Man dividire nach §. 21. zuerst den Zähler des Bruchs 0913221253 5 in den Nenner 10000000000, das ist eine 1 mit 11 zugesetzten Nullen; hernach die Reste in die jedesmaligen Divisoren, so lange bis alles aufgegangen ist, und merke die Quotienten. Diese sind in dem vorliegenden Falle

10, 1, 19, 9, 1, 265, 1, 1, 1, 2, 3, 1, 23, 1, 2, 4.

Aus diesen wird nun der Werth des Decimalbruchs durch Annäherung folgendergestallt gefunden:

1. Man nehme zwey Brüche $\frac{1}{0}$ und $\frac{0}{1}$, multiplicire den letztern derselben $\frac{0}{1}$, mit dem ersten Quotienten $\frac{1}{0}$; und zu dem Produkte $\frac{0}{1} \times \frac{1}{0} = \frac{0}{1}$ addire man den unmittelbar vorhergehenden Bruch $\frac{1}{0}$: so ist die Summe $\frac{0+1}{1+0} = \frac{1}{1}$ der erste Bruch einer Annäherungs-Reihe.

2. Diesen also gefundenen Bruch $\frac{1}{10}$, multiplicire man mit dem zweyten Quotienten 1, und zu dem Produkte $\frac{1}{10} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{10}$ addire man wieder den unmittelbar vorhergehenden Bruch $\frac{0}{1}$; so ist die Summe $\frac{1+0}{10+1} = \frac{1}{11}$ der zweyte Bruch in der genannten Reihe.

3. $\frac{1}{11}$ mit dem dritten Quotienten 19 multiplicirt, giebt $\frac{1}{11} \times \frac{19}{19} = \frac{19}{209}$; und dazu addirt den nächstvorhergehenden Bruch $\frac{1}{10}$ giebt $\frac{19+1}{209+10} = \frac{20}{219}$ zum dritten Bruche.

4. $\frac{20}{219}$ mit dem vierten Quotienten 9 multiplicirt, und zu dem Produkte $\frac{20}{219} \times \frac{9}{9} = \frac{180}{1971}$, den nächstvorhergehenden Bruch $\frac{1}{11}$ addirt, giebt $\frac{180+1}{1971+11} = \frac{181}{1982}$ zum vierten Bruch.

5. Diesen letztern bloß zu seinem vorhergehenden Bruch $\frac{20}{219}$ addirt, weil der 5te Quotient 1 ist, giebt $\frac{181+20}{1982+219} = \frac{201}{2201}$, zum fünften Bruch.

6. $\frac{201}{2201}$ mit dem 6ten Quotienten 265 multiplicirt, und zu dem Producte $\frac{201}{2201} \times \frac{265}{265} = \frac{53265}{583265}$ addirt $\frac{181}{1982}$ giebt zur Summe $\frac{53446}{585247}$ den sechsten Bruch.

7. Auf gleiche Art werden der siebende $= \frac{53647}{587448}$; der achte $= \frac{107093}{1172695}$; der neunte $= \frac{160740}{1760143}$, und so alle übrige gefunden: $\frac{1}{0}$, $\frac{0}{1}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{20}{219}$, $\frac{181}{1982}$, $\frac{201}{2201}$, $\frac{53446}{585247}$ etc.

So bald ein großer Quotient kommt, als hier 265, kann man aufhören, und der alsdenn gefundene Bruch, wie hier $\frac{201}{2201}$ leistet der Aufgabe schon ein Genüge, wovon man sich überzeugt, wenn man diesen letzten Bruch in einen Decimalbruch verwandelt.

4) Ein anderes Beispiel sey der Bruch 0, 5150339. Die Quotienten, welche durch die vorbeschriebene Division entstehen, sind: 1, 1, 16, 7, 1, 2, 1, 19, 81, 1, 5 und die daraus entwickelte Reihe ist:

$\frac{1}{0}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}; \frac{1}{2}, \frac{17}{33}; \frac{120}{233}; \frac{137}{266}; \frac{394}{765}; \frac{531}{1031}$ .....

Hier braucht man die Operation mit dem Quotienten 19 nicht fortzusetzen, weil $\frac{531}{1031}$ schon $=$ 0, 5150339 ist.

Zur bessern Uebersicht des Verfahrens, kehre man sowol den gegebenen Bruch, als die gefundenen Brüche um: das heißt, man mache ihre Nenner zu Zählern und bringe nun die Brüche

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{33}{17}; \frac{233}{120}, \frac{266}{137}, \frac{765}{394}, \frac{1031}{531}$$

unter den allgemeinen Zähler 10000000, indem man zu dem Zähler eines jeden der gefundenen Brüche zu seinem Nenner, und 10000000 die vierte Proportional sucht; diese ist denn:

1) für $\frac{2}{1} = 5000000$
2) , $\frac{33}{17} = 5151515$
3) , $\frac{233}{120} = 5150210$
4) , $\frac{266}{137} = 5150375$
5) , $\frac{765}{394} = 5150326$
6) , $\frac{1031}{531} = 5150330$

die eine immer größer als die andere, und die sechste von der gegebenen Zahl, nur um 8 zehnmillionentheilchen unterschieden.

Wenn man die Brüche nicht umkehrt, so wird die Annäherung zwar auch ersichtlich, aber die gefundenen Proportionalzahlen, werden wechselsweise bald größer bald kleiner.

§. 4.

Zu §. 59.

Besteht die Kubikwurzel aus mehr als zwey Theilen; oder soll vermittelst angehängter Nullen, die Kubikwurzel genauer gesucht werden? so ist der neue Divisor immer das, mit 3 multiplicirte Quadrat der bereits gefundenen Theile. Diesen Divisor mit dem neuen Quotienten multiplicirt, giebt die erste Reihe, (deren erste Ziffer linker Hand, der heruntergezogenen Klasse zu stehen kommen, oder welches einerley ist, der man zwey Nullen rechter Hand anhängen muß); das Quadrat des neuen Quotienten, mit dem Triplo der bereits gefundenen Wurzelzahlen multiplicirt, giebt mit einer Null vermehrt, die zweyte Reihe, und der Kubus des neuen Quotienten, giebt die dritte Reihe, der zu summirenden und oben abzuziehenden Zahlen.

Ist der Divisor zu groß, so setzt man eine Null in den Quotienten, und zieht die folgende Klasse herunter, worauf man sich einen neuen Divisor durch quadriren und tripliren macht.

§. 5.

Zu §. 95.

Den Briggischen Logarithmen für jede gegebene Zahl zu finden.

Auflösung:

Für die Zahlen 1201 soll der Logarithme gefunden werden:

1) Man mache die gegebene Zahlen zum Zähler eines Bruchs, dessen Nenner 1000 ist.

Die Anzahl der Ziffern im Nenner richtet sich nach der Anzahl der Ziffern im Zähler. Bey einer Ziffer im Zähler bekommt der Nenner eine 1; bey

zwey Ziffern 10; bey drey Ziffern 100, etc. bey fünf Ziffern 10000 etc.

2) Man subtrahire vom Zähler den Nenner, und addire den Zähler zum Nenner. Jenes giebt den Zähler und dieses den Nenner eines neuen Bruchs. Z E. $\frac{1201-1000}{1201+1000} = \frac{201}{2201}$. Um der Folge willen, soll dieser letzte Bruch z heissen.

3) Die §. 94. angemerkte Zahl 8685889683, welche = p heissen soll, multiplicire man mit z: so ist das Product = $\frac{8685889683 \cdot 201}{2201}$ = 0793213910.

4) Dieses Product multiplicire man wieder mit dem Quadrate von z, nemlich mit $z^2 = \frac{40401}{4844401}$; so ist das Product $\frac{793213910 \cdot 40401}{4844401}$ = 0006615190. Dieses durch 3 dividirt, giebt: 0002205063.

5) Endlich multiplicire man das Product: 6615190 wieder mit z^2 nemlich: $\frac{6615190 \cdot 40401}{4844401}$, so ist das Product = 55168. Dieses dividire man mit 5, giebt zum Quotienten: $\frac{55168}{5}$ = 0000011033.

6) Nun addire man

(n. 3.) 0793213910
(n. 4.) 0002205063
(n. 5.) 0000011033

0795430006

setze davor die Kennziffer 3, (§. 91, 3.) so ist der log. 1201 = 3, 0795430006 in zehen Decimaltheilen; und wenn nur sieben derselben verlangt = 3, 0795430.

§. 6.

Allgemein läßt sich das ganze Verfahren so darstellen:

$$pz + \frac{pzxz^2}{3} + \frac{pzxz^2xz^2}{5} + \frac{pzxz^2xz^2xz^2}{7}$$

$$\text{oder } pz + \frac{pz^3}{3} + \frac{pz^5}{5} + \frac{pz^7}{7} \ldots$$

Dieses sind die vier ersten Glieder einer Reihe, welche unendlich fortgesetzt werden kann, wenn man sowol den Exponenten von z als die Divisoren immer um 2 wachsen läßt, und welche, wenn man für einzelne Zahlen den Logarithmen sucht, wenigstens mit noch 15 bis 16 Gliedern vermehrt werden muß. Um dies weitläuftige Verfahren zu vermeiden, und mit wenigern Gliedern auszureichen, muß man die einzelne Zahl zur zehnten, oder sonst beliebigen Potenz erheben, und den gefundenen Logarithmen hernach mit dem Exponenten dieser Potenz dividiren.

Z. E. es wird der Logarithme von 2 verlangt. Man mache $2^{10} = 1024$, so wird $z = \frac{1024-1000}{1024+1000} = \frac{24}{2024} = \frac{3}{253}$.

Nun ist:

$$pz = \frac{868588968 3 \cdot 3}{253} = \ldots 0102994739.$$

$$\frac{pz^3}{3} = \frac{0102994739 \cdot 9}{64009 \cdot 3} = \ldots \frac{000001448 2}{3} =$$

$$= 0000004827.$$

$$\frac{pz^5}{5} = \frac{14482 \cdot 9}{64009 \cdot 5} = \frac{0000000902}{5} = 0000000000.$$

Hier kommt schon bey Berechnung des dritten Gliedes, zur zehnten Decimalzahl keine Ziffer von Werth; es ist also mit Vorsetzung der Kennziffer 3

0102994739
0000004827

log. 1024 = 3,0102999566

und

und wenn man diesen mit 10 dividirt, weil $1024 = 2^{10}$; der log. 2 = 0, 30102999566 in Eilf Decimaltheilen; und wenn man deren nur sieben verlangt = 0, 3010300.

Ferner wird verlangt der Logarithme von 7. in zehn Dezimalstellen.

Auflösung:

Man mache $7^5 = 16807$. und setze die Rechnung mit $z = \frac{6807}{26807}$ so lange fort, bis zur verlangten zehnten Decimalzahl eine Null kommt, so findet man:

$$pz = 2205575076$$

$$\frac{pz^3}{3} = 47404074$$

$$\frac{pz^5}{5} = 1833898$$

$$\frac{pz^7}{7} = 84460$$

$$\frac{pz^9}{9} = 4235$$

$$\frac{pz^{11}}{11} = 223$$

$$\frac{pz^{13}}{13} = 12$$

log. 16807 = 4, 2254901978.

Diesen Logarithmen dividire man mit 5, weil $16807 = 7^5$ so kommt der log. 7 = 0, 8450980395.

Endlich wird verlangt der log. von 101999. (S. 82.)

Auflösung:

Hier ist $z = \frac{1}{201999}$. Entwickelt man nun die Reihe vorschriftmäßig, so kommt

für

für $pz = 00859563\overline{34}$

$$\frac{pz^3}{3} = \frac{00000028\overline{06}}{00859591\overline{40}}$$

folglich Log: 101999 = 5, 0085959140.

§. 7.

Will man umgekehrt zu jedem Briggischen Logarithmen die Absolutzahl finden: so betrachte man die Erste Zahl der Mantisse, als $10\frac{1}{10}$; die Zweyte als: $10\frac{1}{100}$; die Dritte als: $10\frac{1}{1000}$ etc. etc. nehme aus der folgenden Tabelle die für jede Zahl derselben berechnete Potenzialzahl, multiplicire sie als Faktoren ineinander, wobey die im 1sten §. dieser Zusätze angegebene Multiplikations-Methode gut angewendet werden kann, und schneide von dem letzten Produkte linker Hand, Eine Ziffer mehr ab, als die Kennziffer besagt: so findet man in diesen abgeschnittenen Zahlen das Verlangte.

Um z. E. für den Log: 5, 0085959 die Absolutzahl zu finden, multiplicire man

für
008 = 1, 01859138
0005 = 1, 00115195
00009 = 1, 00020725
000005 = 1, 00001151
0000009 = 1, 00000207.

Das Product ist = 101999990; werden davon für die Kennziffer 5, sechs Ziffern abgeschnitten: so ist die gesuchte Zahl, 101999.

Decimalzahl.	Der ersten Stelle.	Der zweyten Stelle.	Der dritten Stelle.	Der vierten Stelle.	Der fünften Stelle.	Der sechsten Stelle.	Der siebenten Stelle.
1.	1,2 892541	1,02329299	1,00230523	1,00023028	1,00002302	1,00000230	1,00000023
2.	1,58489319	1,04712854	1,00461579	1,00046062	1,00004605	1,00000460	1,00000046
3.	1,99526231	1,07151930	1,00693166	1,00069101	1,00006908	1,00000690	1,00000069
4.	2,51188643	1,09647819	1,00925288	1,00092145	1,00009210	1,00000921	1,00000092
5.	3,16227766	1,12201845	1,01157945	1,00115195	1,00011513	1,00001151	1,00000115
6.	3,98107170	1,14815362	1,01391138	1,00138250	1,00013816	1,00001381	1,00000138
7.	5,01187233	1,17489755	1,01624869	1,00161310	1,00016119	1,00001611	1,00000161
8.	6,30957344	1,20226443	1,01859138	1,00184376	1,00018422	1,00001842	1,00000184
9.	7,94328234	1,23026877	1,02093948	1,00207447	1,00020725	1,00002072	1,00000207

Man sehe: leipziger Magazin für reine Mathematik. 1786. Erstes Stück.

Einige

der Pr

2, 3, 5, 7, 11,

Bey und unter

zahlen; unter

von a^n; un

man in den

Krey

A.

Faktoren-Tafel

für

die Zahlen von 1 bis 1200.

0	000	100	00	000	100.
1.			26.	2. 13.	$2. 3^2. 7.$
2.		2. 3. 17.	27.	$3^3.$	
3.			28.	$2^2 .7.$	$2^7.$
4.	$2^2.$	$2^3. 13$	29.		3. 43.
5.		3. 5. 7.	30.	2. 3. 5.	2. 5. 13.
6.	2. 3.	2. 53.	31.		
7.			32.	$2^5.$	$2^2. 3. 11.$
8.	$2^3.$	$2^2. 3^3.$	33.	3. 11.	7. 19.
9.	$3^2.$		34.	2. 17.	2. 67.
10.	2. 5.	2. 5. 11.	35.	5. 7.	$3^3. 5.$
11.		3. 37.	36.	$2^2. 3^3.$	$2^3. 17.$
12.	$2^2. 3.$	$2^4. 7.$	37.		
13.			38.	2. 19.	2. 3. 23.
14.	2. 7.	2. 3. 19.	39.	3. 13.	
15.		5. 23.	40.	$2^3. 5.$	$2^2. 5. 7.$
16.	$2^4.$	$2^2. 29.$	41.		3. 47.
17.		$3^2. 13.$	42.	2. 3. 7.	2. 71.
18.	$2. 3^2.$	2. 59.	43.		11. 13.
19.		7. 17.	44.	$2^2. 11.$	$2^4. 3^2.$
20.	$2^2. 5.$	$2^3. 3. 5.$	45.	$3^2. 5.$	5. 29.
21.	3. 7.	$11^2.$	46.	2. 23.	2. 73.
22.	2. 11.	2. 61.	47.		$3. 7^2.$
23.		3. 41.	48.	$2^4. 3.$	$2^2. 37.$
24.	$2^3. 3.$	$2^2. 31.$	49.	$7^2.$	
25.	$5^2.$	$5^3.$	50.	$2. 5^2.$	$2. 3. 5^2.$

00	000	100	00	000	100
51.	3. 17.		76.	2^2. 19.	2^4. 11.
52.	2^2. 13.	2^3. 19.	77.	7. 11.	3. 59.
53.		3^2. 17.	78.	2. 3. 13.	2. 89.
54.	2. 3^3.	2. 7 11.	79.		
55.	5. 11.	5. 31.	80.	2^4. 5.	2^2. 3^2. 5.
56.	2^3. 7.	2^2. 3. 13.	81.	3^4.	
57.	3. 19.		82.	2. 41.	2. 7. 13.
58.	2. 29.	2. 79.	83.		3. 61.
59.		3. 53.	84.	2^2. 3. 7.	2^3. 23.
60.	3. 2^2. 5.	2. 5^5.	85.	5. 17.	5. 37.
61.		7. 23.	86.	2. 43.	2. 3. 31.
62.	2. 31.	2. 3^4.	87.	3. 29.	11. 17.
63.	3^2. 7.		88.	2^3. 11.	2^2. 47.
64.	2^6.	2^2. 41.	89.		3^3. 7.
65.	5. 13.	3. 5. 11.	90.	2. 3^2. 5.	2. 5. 19.
66.	2. 3. 11.	2. 83.	91.	7. 13.	
67.			92.	2^2. 23.	2^6. 3.
68.	2^2. 17.	2^3. 3. 7.	93.	3. 31.	
69.	3. 23.	13^2.	94.	2. 47.	2. 97.
70.	2. 5. 7.	2. 5 17.	95.	5. 19.	3. 5. 13.
71.		3^2. 19.	96.	2^5. 3.	2^2. 7^2
72.	2^3. 3^2.	2^2. 43.	97.		
73.			98.	2. 7^2.	2. 3^2. 11.
74.	2. 37.	2. 3. 29.	99.	3^2. 11.	
75.	3. 5^2.	5^2. 7.	100.	2^2. 5^2.	2^3. 5^2.

0	200.	300.		200.	300.
1.	3. 67.	7. 43.	26.	2. 113.	2. 163.
2.	2. 101.	2. 151.	27.		3. 109.
3.	7. 29.	3. 101.	28.	2^2. 3. 19.	2^3. 41.
4.	2^2. 3. 17.	2^4. 19.	29.		7. 47.
5.	5. 41.	5. 61.	30.	2. 5. 23.	2. 3. 5. 11.
6.	2. 103.	2. 3^2. 17.	31.	3. 7. 11.	
7.	3^2. 23.		32.	2^3. 29.	2^2. 83.
8.	2^4. 13.	2^2. 7. 11.	33.		3^3. 37.
9.	11. 19.	3. 103.	34.	2. 3^2. 13.	2. 167.
10.	2. 3. 5. 7.	2. 5. 31.	35.	5. 47.	5. 67.
11.			36.	2^2. 59.	2^4. 37.
12.	2^2. 53.	2^3. 3. 13.	37.	3. 79.	
13.	3. 71.		38.	2. 7. 17.	2. 13^2.
14.	2. 107.	2. 157.	39.		3. 113.
15.	5. 43.	3^2. 5. 7.	40.	2^4. 3. 5.	2^2. 5. 17.
16.	2^3. 3^3.	2^2. 79.	41.		11. 31.
17.	7. 31.		42.	2. 11^2.	2. 3^2. 19.
18.	2. 109.	2. 3. 53.	43.	3^5.	7^3.
19.	3. 73.	11. 29.	44.	2^2. 61.	2^3. 43.
20.	2^2. 5. 11.	2^6. 5.	45.	5. 7^2.	3. 5. 23.
21.	13. 17.	3. 107.	46.	2. 3. 41.	2. 173.
22.	2. 3. 37.	2. 7. 23.	47.	13. 19	
23.		17. 19.	48.	2^3. 31.	2^2. 3. 29.
24.	2^5. 7.	2^2. 3^4.	49.	3. 83.	
25.	3^2. 5^2.	5^2. 13.	50.	2. 5^3.	2. 5^2. 7.

	200	300.		200.	300.
51.		$3^3.13.$	76.	$2^2.3.23.$	$2^3.47.$
52.	$2^2.3^2.7.$	$2^5.11.$	77.		$13.29.$
53.	$11.23.$		78.	2.139	$2.3^3.7.$
54.	$2.127.$	$2.3.59.$	79.	$3^3.31.$	
55.	$3.5.17$	$5.71.$	80.	$2^3.5.7.$	$2^2.5.19.$
56.	$2^8.$	$2^2.89.$	81.		$3.127.$
57.		$3.7.17.$	82.	$2.3.47.$	$2.191.$
58.	$2.3.43.$	$2.179.$	83.		
59.	$7.37.$		84.	$2^2.71.$	$2^7.3.$
60.	$2^2.5.13.$	$2^3.3^2.5.$	85.	$3.5.19.$	$5.7.11.$
61.	$3^2.29.$	$19^2.$	86.	$2.11.13.$	$2.193.$
62.	$2.131.$	$2.181.$	87.	$7.41.$	$3^2.43.$
63.		$3.11^2.$	88.	$2^5.3^2.$	$2^2.97.$
64.	$2^3.3.11.$	$2^2.7.13.$	89.	$17^2.$	
65.	$5.53.$	$5.73.$	90.	$2.5.29.$	$2.3.5.13.$
66.	$2.7.19.$	$2.3.61.$	91.	$3.97.$	$17.23.$
67.	$3.89.$		92.	$2^2.73.$	$2^3.7^2.$
68.	$2^2.67.$	$2^4.23.$	93.		$3.131.$
69.		$3^2.41.$	94.	$2.3.7^2.$	$2.197.$
70.	$2.3^3.5.$	$2.5.37.$	95.	$5.59.$	$5.79.$
71.		$7.53.$	96.	$2^3.37.$	$2^2.3^2.11.$
72.	$2^4.17.$	$3^2.3.31.$	97.	$3^3.11.$	
73.	$3.7.13.$		98.	$2.149.$	$2.199.$
74.	$2.137.$	$2.11.17.$	99.	$13.23.$	$3.7.19.$
75.	$5^2.11.$	$3.5^3.$	100.	$2^2.3.5^2.$	$2^4.5^2.$

00	400	500		400	500.
1.		3. 167.	26.	2. 3. 71.	2. 263.
2.	2. 3. 67.	2. 251.	27.	7. 61.	17. 31.
3.	13. 31.		28.	2^2. 107.	2^4. 3. 11
4.	2^2. 101.	2^3. 3^2. 7.	29.	1. 11. 13.	23^2.
5	3^4. 5.	5. 101.	30.	2. 5. 43.	2. 5. 53.
6.	2. 7. 29.	2. 11. 23.	31.		3^3. 59
7.	11. 37.	3. 13^2.	32.	2^4. 3^3.	2^2. 7. 19
8.	2^3. 3. 17.	2^2. 127.	33.		13. 41.
9.			34.	2. 7. 31.	2. 3. 89.
10.	2. 5. 41.	2. 3. 5. 17.	35.	3. 5. 29.	5. 107.
11.	3. 137.	7. 73.	36.	2^2. 109.	2^3. 67.
12.	2^2. 103.	2^9.	37.	19. 23.	3. 179.
13.	7. 59.	3^3. 19.	38.	2. 3. 73.	2. 269.
14.	2. 3^2. 23.	2. 257.	39.		7^2. 11.
15.	5. 83.	5 103.	40.	2^3. 5. 11.	2^2. 3^3. 5.
16.	2^5. 13.	2^2. 3. 43.	41.	3^2. 7^2.	
17.	3. 139.	11. 47.	42.	2. 13. 17.	2. 271
18.	2. 11. 19.	2. 7. 37.	43.		3. 181.
19.		3. 173.	44.	2^2. 3. 37.	2^5 17.
20.	2^2. 3. 5. 7.	2^5. 5. 13.	45.	5. 89.	5. 109.
21.			46.	2. 223	2. 3. 7. 13.
22.	2. 211.	2. 3^3. 29.	47.	3. 149.	
23.	3^2. 47.		48.	2^6. 7.	2^2. 137.
24.	2^3. 53.	2^2. 131.	49.		3^3. 61.
25.	5^2. 17.	2. 5^2. 7.	50.	2. 3^2. 5^2.	2. 5^2. 11.

	400	500.		400.	500.
51.	11. 41.	19. 29.	76.	2^2. 7. 17.	2^6. 3^2.
52.	2^2. 113.	2^5. 3. 23.	77.	3^3. 53.	
53	3. 151.	7. 79.	78.	2. 239.	2. 17^2.
54	2. 227.	2. 277.	79.		3. 193.
55	5 7. 13.	3. 5. 37.	80.	2^5. 3. 5.	2^2. 5. 29.
56.	2^3. 3. 19.	2^2. 139.	81.	13. 37.	7. 83.
57.			82.	2^5. 241.	2. 3. 97.
58.	2. 229.	2. 3^3. 31.	83.	3. 7. 23.	11. 53.
59.	3^3. 17.	13. 43.	84	2^2. 11^2.	2^3. 73.
60.	2^2. 5. 23.	2^4. 5. 7.	85.	5. 97.	3^2. 5. 13.
61.		3. 11. 17.	86.	2. 3^5.	2. 293.
62	2. 3. 7. 11.	2. 281.	87.		
63.			88.	2^3. 61.	2^3. 3. 7^2.
64	2^4. 29	2^2. 3. 47.	89.	3. 163.	19. 31.
65.	3. 5. 31	5. 113.	90.	2. 5. 7^2.	2. 5. 59.
66	2. 233	2. 283.	91.		3. 197.
67.		3^4. 7.	92.	2^2. 3. 41.	2^4. 37.
68	2^2. 3^2. 13	2^3. 71.	93.	17. 29.	
69.	7. 67.		94.	2. 13. 19.	2. 3^3. 11.
70.	2. 5. 47.	2. 3. 5. 19.	95.	3^3. 5. 11.	5. 7. 17.
71.	3. 157.		96.	2^4. 31.	2^2. 149.
72.	2^3. 59.	2^2. 11. 13.	97.	7. 71.	3. 199.
73.	11. 43	3. 191.	98.	2. 3. 83.	2. 13. 23.
74.	2. 3. 79.	2. 7. 41.	99.		
75.	5^2. 19.	5^2. 23.	100.	2^2. 5^3.	2^3. 3. 5^2.

00	600.	700.
1.		
2.	$2.7.43.$	$2.3^3.13.$
3.	$3^3.67.$	$19.37.$
4.	$2^2.151.$	$2^6.11.$
5.	5.11^2	$3.5.47.$
6.	$2.3.101$	2.353
7.		$7.101.$
8.	$2^5\ 19.$	$2^3.3\ 59.$
9.	$3.7.29.$	
10.	$2.5.61.$	$2.5.71.$
11.	$13\ 47.$	$3^3.79.$
12.	$2^2.3^2.17$	$2^3.89.$
13.		$23.31.$
14.	$2.307.$	$2.3.7.17.$
15.	$3.5.41.$	$5.11.13.$
16.	$2^3.7.11.$	$2^2.179.$
17.		$3.239.$
18.	$2.3.103.$	$2.359.$
19.		
20.	$2^2.5.31.$	$2^4.3^2.5.$
21.	$3^3.23.$	$7.103.$
22.	$2.311.$	$2.19^2.$
23.	$7.89.$	$3.241.$
24.	$2^4.3.13.$	$2^2.181.$
25.	$5^4.$	$5^2.29.$

	600.	700.
26.	$2.313.$	$2.3.11^2.$
27.	$3.11.19.$	
28.	$2^3.157.$	$2^3.7.13.$
29.	$17.37.$	$3^6.$
30.	$2.3^2.5.7$	$2.5.73.$
31.		$17\ 43.$
32.	$2^3.79.$	$2^2.3.61.$
33.	$3.211.$	
34.	$2.317.$	$2.367.$
35.	$5.127.$	$3.5.7^2.$
36.	$2^2.3.53.$	$2^5.23.$
37.	$7^2.13.$	$11.67.$
38.	$2.11.29.$	$2.3^3.41.$
39.	$3^3.71.$	
40.	$2^7.5.$	$2^2.5.37.$
41.		$3.13.19.$
42.	$2.3.107.$	$2.7.53.$
43.		
44.	$2^2.7.23.$	$2^3.3.31.$
45.	$3.5.43.$	$5.149.$
46.	$2.17.19.$	$2.373.$
47.		$3^3.83.$
48.	$2^3.3^4.$	$2^2.11.17.$
49.	$11.59.$	$7.107.$
50.	$2.5^2.13.$	$2^2.3.5^3.$

00	600	700	00	600	700
51.	3. 7. 31.		76.	2^2. 13^2.	2^3. 97.
52.	2^2. 163.	2^4. 47.	77.		3. 7. 37.
53.		3. 251.	78.	2. 3. 113.	2. 389.
54.	2. 3. 109.	2. 13. 29.	79.	7. 93.	19. 41.
55.	5. 131.	5. 151.	80.	2^3. 5. 17	2^2. 3. 5. 13.
56.	2^4. 41.	2^2. 3^3. 7.	81.	3. 227.	11. 71.
57.	3^3. 73.		82.	2. 11. 31.	2. 17. 23.
58.	2. 7. 47.	2. 379.	83.		3^3. 29.
59.		3. 11. 23.	84.	2^2. 3^2. 19	2^4. 7^2.
60.	2^2. 3. 5. 11.	2^3. 5. 19.	85.	5. 137.	5. 157.
61.			86.	2. 7^3.	2. 3. 131.
62.	2. 331.	2. 3. 127.	87.	3. 229.	
63.	3. 13. 17.	7. 109.	88.	2^4. 43.	2^2. 197.
64.	2^3. 83.	2^2. 191.	89	13. 53.	3. 263.
65.	5. 7. 19.	3^2. 5. 17.	90.	2. 3. 5. 23.	2. 5. 79.
66.	2. 3^2. 37.	2. 383.	91.		7. 113.
67.	23. 29.	13. 59.	92.	2^2. 173.	2^3. 3^3. 11.
68.	2^2. 167	2^7. 3. 2.	93.	3^2. 7. 11.	13. 61.
69.	3. 223.		94.	2. 347.	2. 397.
70.	2. 5. 67.	2. 5. 7. 11.	95.	5. 139.	3. 5. 53.
71.	11. 61.	3. 257.	96.	2^3. 3. 29.	2^2. 199.
72.	2^5. 3. 7.	2^2. 193.	97.	17. 41.	
73.			98.	2. 349.	2. 3. 7. 19.
74.	2. 337.	2. 3^2. 43.	99.	3. 233.	17. 47.
75.	3^3. 5^2.	5^2. 31.	100.	2^2. 5^2. 7.	2^5. 5^2.

00.	800.
1.	3^3. 89.
2	2. 401.
3	11. 73.
4	2^2. 3. 67.
5	5. 7. 23.
6.	2. 13. 31.
7.	3. 269.
8.	2^3. 101.
9.	
10.	2. 3^4. 5.
11.	
12.	2^2. 7. 29.
13.	3. 271.
14.	2. 11. 37.
15.	5. 163.
16.	2^4. 3. 17.
17.	19 43.
18.	2. 409.
19.	3^2. 7 13.
20.	2^2. 5. 41.
21.	
22.	2. 3. 137.
23.	
24.	2^3. 103.
25.	3. 5^2. 11.

00.	800.
26.	2. 7. 59.
27.	
28.	2^2. 3^2. 23
29	
30.	2. 5. 83.
31.	3. 277
32.	2^6. 13.
33	7^2. 17.
34.	2. 3. 139.
35.	5. 167.
36.	2^2. 11. 19.
37	3^3 31.
38.	2. 419.
39.	
40.	2^3. 3. 5. 7.
41.	29^2.
42.	2. 421.
43.	3. 281.
44.	2^2 211.
45.	5 13^2.
46.	2. 3^2. 47.
47.	7. 11^2.
48.	2^4 53.
49.	3. 283.
50	2. 5^2. 17.

00.	800.
51.	$23 \cdot 37$.
52.	$2^2 \cdot 3 \cdot 71$.
53	
54	$2 \cdot 7 \cdot 61$.
55	$3^2 \cdot 5 \cdot 19$.
56.	$2^3 \cdot 107$.
5	
58.	$2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$.
59	
60.	$2^2 \cdot 5 \cdot 43$.
61.	$3 \cdot 7 \cdot 41$.
62.	$2 \cdot 431$.
63.	
64	$2^5 \cdot 3^3$.
65.	$5 \cdot 173$.
66.	$2 \cdot 433$.
67.	$3 \cdot 17^2$.
68.	$2^2 \cdot 7 \cdot 31$.
69.	$11 \cdot 79$.
70.	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 29$.
71.	$13 \cdot 67$.
72.	$2^3 \cdot 109$.
73.	$3^3 \cdot 93$.
74.	$2 \cdot 19 \cdot 23$.
75.	$5^3 \cdot 7$.

00.	800.
76.	$2^2 \cdot 3 \cdot 73$.
77.	
78.	$2 \cdot 439$.
79.	$3 \cdot 293$.
80.	$2^4 \cdot 5 \cdot 11$.
81.	
82.	$2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$.
83.	
84	$2^2 \cdot 13 \cdot 17$.
85.	$3 \cdot 5 \cdot 59$.
86.	$2 \cdot 443$.
87.	
88.	$2^3 \cdot 3 \cdot 37$.
89	$7 \cdot 127$.
90.	$2 \cdot 5 \cdot 89$.
91.	$3^4 \cdot 11$.
92.	$2^2 \cdot 223$.
93.	$19 \cdot 47$.
94.	$2 \cdot 3 \cdot 149$.
95.	$5 \cdot 171$.
96.	$2^7 \cdot 7$.
97.	$3 \cdot 13 \cdot 23$.
98.	$2 \cdot 449$.
99.	$29 \cdot 31$.
100.	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.

	900.	1000.	1100.
1.	17. 53.	7. 11. 13.	3. 367.
2.	2. 11. 41.	2. 3. 167.	2. 19. 89.
3.	3 7 43.	17. 59.	
4	2^3. 113.	2^2. 151.	2^4. 3. 23.
5.	5. 181.	3. 5. 67.	5. 13. 17.
6.	2. 3. 151.	2. 503.	2. 7. 79.
7.		19. 53.	3^3. 41.
8	2^2. 227.	2^4. 3^2. 7.	2^2. 277.
9.	3^3. 101.		
10.	2. 5. 7. 13.	2. 5. 101.	2. 3. 5. 37.
11.		3. 337.	11. 101.
12.	2^4. 3. 19.	2^2. 11. 23.	2^3. 139.
13.	11. 83.		3. 7. 53.
14.	2. 457.	2^3. 13^2.	2. 557.
15.	3. 5. 61.	5. 7. 29.	5. 223.
16.	2^3. 229.	2^3. 127.	2^2. 3^2. 31.
17.	7. 131.	3^2. 113.	
18.	2. 3^3. 17.	2. 509.	2. 13. 43.
19.			3. 373.
20.	2^3. 5. 23.	2^2. 3. 5. 17.	2^5. 5. 7.
21.	3. 307.		19. 59.
22.	2. 461.	2. 7. 73.	2. 3. 11. 17.
23.	13. 71.	3. 11. 31.	
24.	2^2. 3. 7. 11.	2^{10}.	2^2. 281.
25.	5^5. 37.	5^2. 41.	3^2. 5^3.

	900.	1000.	1100.
26.	2. 436.	3. 3^3. 19.	2. 563.
27.	3^3. 103.	13. 79.	7^2. 23.
28.	2^5. 29.	2^2. 257.	2^3. 3. 47.
29.		3. 7^3.	
30.	2. 3. 5. 31	2. 5. 103.	2. 5. 113.
31.	7^2. 19		3. 13. 29.
32.	2^2. 233.	2^3. 3. 43.	2^2. 283.
33.	3. 311.		11. 103.
34.	2. 467.	2. 11. 47.	2. 3^4. 7.
35.	5. 11. 17.	3^2. 5. 23.	5. 227.
36.	2^3. 3^2. 13.	2^2. 7. 37.	2^4. 71.
37.		17. 61	3. 379.
38.	2. 7. 67.	2. 3. 173.	2. 569.
39.	3. 313.		17. 67
40	2^2. 5. 47.	2^4. 5. 13.	2^2. 3. 5. 19.
41.		3. 347.	7. 163.
42.	2. 3. 157.	2. 521.	2. 571.
43.	23. 41.	7. 149.	3^2. 127.
44.	2^4. 59.	2^2. 3^2. 29.	2^3. 11.13.
45.	3^3. 5. 7.	5. 11. 19.	5. 229.
46.	2. 11. 43.	2. 523.	2. 3. 191.
47.		3 349.	31. 37.
48.	2^2. 3. 79.	2^3. 131.	2^2. 7. 41.
49.	13. 73.		3. 383.
50.	2. 5^2. 19.	2. 3. 5. 7.	2. 5^2. 23.

	900.	1000.	1100.
51.	3. 317.		
52.	2^3. 7. 17.	2^2. 263.	2^7. 3^2.
53.		3^4. 13.	
54.	2. 3^2. 53.	2. 17. 31.	2. 577.
55	5. 191.	5. 211.	3. 5. 7. 11.
56.	2^2. 239.	2^5. 3. 11.	2^2. 17^2.
57.	3. 11. 29.	7. 151.	13. 89.
58.	2. 479.	2. 23^2.	2. 3. 193.
59.	7. 137.	3. 353.	19. 61.
60.	2^6. 3. 5.	2^2. 5. 53.	2^3. 5. 29
61.	31^2.		3^3. 43.
62.	2. 13. 37.	2. 3^2. 59.	2. 7. 83.
63.	3^3. 1107		
64.	2^2. 241.	2^3. 7. 19.	2^2. 3. 97.
65.	5. 193.	3. 5. 71.	5. 233.
66.	2 3. 7. 23.	2. 13. 41.	2. 11. 53.
67.		11. 97.	3. 389.
68.	2^3. 11^2.	2^2. 3. 89.	2^4. 73.
69.	3. 17. 19.		7. 167.
70	2. 5. 97.	2. 5. 107.	2. 3^2. 5. 13.
71.		3^2. 7. 17.	
72.	2^2. 3^5.	2^4. 67.	2^2. 293.
73.	7. 139.	29. 37.	3. 17. 23.
74.	2. 487.	2. 3. 179.	2. 587.
75.	3. 5^2. 13.	5^2. 43.	5^2. 47.

	900.	1000.	1100.
76.	24. 61.	2^2. 269.	2^3. 3. 7^2.
77.		3. 359.	11. 107.
78.	2. 3. 163.	2. 7^2. 11.	2. 19. 31.
79.	11. 89.	13. 83.	3^2. 131.
80.	2^2. 5. 7^2.	2^3. 3^3. 5.	2^2. 5. 59.
81.	3^3. 109.	23. 47.	
82.	2. 491.	2. 541.	2. 3. 197.
83.		3. 19^2.	7. 13^2.
84.	2^3. 3. 41.	2^2. 271.	2^5. 37.
85.	5. 197.	5. 7. 31.	3. 5. 79.
86.	2. 17. 29.	2. 3. 181.	2. 593.
87.	3. 7. 47.		
88.	2^2. 13. 19.	2^6. 17.	2^2. 3^3. 11.
89.	23. 43.	3^2. 11^2.	29. 41.
90.	2. 3^2. 5. 11	2. 5. 109.	2. 5. 7. 17.
91.			3. 397.
92.	2^5. 31.	2^2. 3. 7. 13.	2^3. 149.
93.	3. 331.		
94.	2. 7. 71.	2. 547.	2^3. 199.
95.	5. 199.	3. 5. 73.	5. 239.
96.	2^2. 3. 83.	2^3. 137.	2^2. 13. 23.
97.			3^2. 7. 19.
98.	2. 499.	2. 3. 61.	2. 599.
99.	3^3. 37.	7. 157.	11. 109.
100.	2^3. 5^3.	2^2. 5^2. 11.	2^4. 3. 5^2.

	1200.	1300.	1400.
1.			3. 467.
2.	2. 601.	2. 3. 7. 31.	2. 701.
3.	3. 401.		23. 61.
4.	2^2. 7. 43.	2^3. 163.	2^2. 3^3. 13.
5.	5. 241	3^2. 5. 29.	5. 281.
6.	2. 3^2. 67.	2. 653.	2. 19. 37.
7.	17. 71.		3. 7. 67.
8.	2^3. 151.	2^2. 3. 109.	2^7. 11.
9.	3. 13. 31	7. 11 17.	
10.	2. 5. 11^2.	2. 131. 5.	2. 3. 5. 47.
11.	7. 173.	3. 19. 23.	17. 83.
12.	2^2. 3. 101.	2^5. 41.	2^2. 353.
13.		13. 101.	3^2. 157.
14.	2. 607.	2. 3^2. 73.	2. 7. 101.
15.	3^5. 5.	5. 263.	5. 283.
16.	2^6. 19.	2^2. 7. 47.	2^3. 3. 59.
17.		3. 439.	13. 109.
18.	2. 3. 7. 29.	2. 659.	2. 709.
19.	23. 53.		3. 11. 43.
20.	2^2. 5. 61.	2^3. 3. 5. 11.	2^2. 5. 71.
21.	3. 11. 37.		7^2. 29.
22.	2. 13. 47.	2. 661.	2. 3^2. 79.
23.		3^3. 7^2.	
24.	2^3. 3^2. 17.	2^2. 331.	2^4. 89.
25.	5^2. 7^2.	5^2. 53.	3. 5^2. 19.

	1200.	1300.	1400.
26.	2. 613.	2. 3. 13. 17.	2^5. 23. 31.
27.	3. 409.		
28.	2^2. 307.	2^4. 83.	2^2. 3. 7. 17.
29.		3. 443.	
30.	2^7. 3. 5. 41.	2. 5. 7. 19.	2. 5. 11 13.
31.		11^3.	3^3. 53.
32.	2^4. 7. 11.	2^2. 3^2 37.	2^3. 179.
33.	3^2. 137	31. 43.	
34.	2. 617.	2. 23. 29.	2. 3. 239.
35.	5. 13. 19.	3. 5. 89.	5. 7. 41.
36.	2^2. 3. 103.	2^3. 167.	2^2. 359.
37.		7. 191.	2. 479.
38.	2. 619.	2. 3. 223.	2. 719.
39.	3. 7. 59.	13. 103.	
40	2^3. 5. 31.	2^2. 5. 67.	2^5. 3^2. 5.
41.	17. 73.	3^2. 149.	11. 131.
42.	2. 3^3. 23.	2. 11. 61.	2. 7. 103.
43.	11. 113.	17. 79.	3. 13. 37.
44.	2^2. 311.	2^6. 3. 7.	2^2 19^2.
45.	3. 5. 83.	5. 269.	5. 17^2.
46.	2. 7. 89.	2. 673.	2. 3. 241.
47.	29. 43.	3. 449.	
48.	2^5. 3. 13.	2^2. 337.	2^3. 181.
49.		19. 71.	3^2. 7. 23.
50.	2. 5^4.	2. 3^3. 5^2.	2. 5^2. 29.

	1200.	1300.	1400.
51.	3^2. 139.	7. 193.	
52.	2^2. 313.	2^3. 13^2.	2^2. 3. 11^2.
53.	7. 179.	3. 11. 41.	
54.	2. 3. 11. 19.	2. 677.	2. 727..
55.	5. 251.	5. 271.	3. 5. 97.
56.	2^3. 157.	2^2. 3. 113.	2^4. 7. 13.
57.	3. 419.	23. 59.	31. 47.
58.	2. 17. 37.	2. 7. 97.	2. 3^6.
59.		3^2. 151.	
60.	2^2. 3^2. 5. 7.	2^4. 5. 17.	2^2. 5. 73.
61.	13. 97.		3. 487.
62.	2. 631.	2. 3. 227.	2. 17. 43.
63.	3. 421.	29. 47.	7. 11. 19.
64.	2^4. 79.	2^2. 11. 31.	2^3. 3. 61.
65.	5. 23. 11.	3. 5. 7. 13.	5. 293.
66.	2. 3. 211.	2. 683.	2. 733.
67.	7. 181.		3^2. 163.
68.	2^2. 317.	2^3. 3^2. 19.	2^2. 367.
69.	3^3. 47.	37^2.	13. 113.
70.	2. 5. 127.	2. 5 137.	2. 3. 5. 7^2.
71.	31. 41.	3. 457.	
72.	2^3. 3. 53.	2^2. 7^3.	2^6. 23.
73.	19. 67.		3. 491.
74.	2. 7^2. 13.	2. 3. 229.	2. 11. 67.
75.	3. 5^2. 17.	5^3. 11.	5^2. 59.

	1200.	1300.	1400.
76.	2^2. 11, 29.	2^5. 43.	2^2. 3^2. 41.
77.		3^4. 17.	7. 211.
78.	2. 3^2. 71.	2. 13. 53.	2. 739.
79.		7. 197.	3. 17. 29.
80.	2^8. 5.	2^2. 3. 5. 23.	2^3. 5. 37.
81.	3. 7. 61.		
82.	2. 641.	2. 691.	2. 3. 13. 19.
83.		3. 461.	
84.	2^2. 3. 107.	2^3. 173.	2^2. 7. 53.
85.	5. 257.	5. 277.	3^3. 5. 11.
86.	2. 643.	2. 3^2. 7. 11.	2. 743.
87.	3^2. 11. 13.	19. 73.	
88.	2^3. 7. 23.	2^2. 347.	2^4. 3. 31.
89.		3. 463.	
90.	2. 3. 5. 43.	2. 5. 139.	2. 5. 149.
91.		13. 107.	3. 7. 71.
92.	2^2. 17. 19.	2^4. 3. 29.	2^2. 373.
93.	3. 431.	7. 199.	
94.	2. 647.	2^5. 17. 41.	2^2. 3. 83.
95.	5. 7. 37.	3^2. 5. 31.	5. 13. 23.
96.	2^4. 3^4.	2^2. 349.	2^3. 17. 11.
97.		11. 127.	3. 499.
98.	2. 11. 59.	2. 3. 233.	2. 7. 107.
99.	3. 433.		
100.	2^2. 5^2. 13.	2^3. 5^2. 7.	2^2. 3. 5^3.

	1500.	1600.	1700.
1.	19. 79.		3^5. 7.
2.	2. 751.	2. 3^2. 89	2. 23. 37.
3.	3^2. 167.	7. 229.	13. 131.
4.	2^5. 47.	2^2. 401.	2^3. 3. 71.
5.	5. 7. 43.	3. 5. 107.	5. 11. 31.
6.	2. 3. 251.	2. 11. 73.	2. 853.
7.	11. 137.		3. 569.
8.	2^2. 13. 29.	2^3 3. 67.	2^2. 7. 61.
9.	3. 503.		
10.	2. 5. 151.	2. 5. 7. 23.	2. 3^2. 5. 19.
11.		3^2. 179.	29. 59.
12.	2^3. 3^3. 7.	2^2. 13. 31.	2^4. 107.
13.	17. 89.		3. 571.
14.	2. 757.	2. 3. 169.	2. 857.
15.	3. 5. 101.	5. 17. 19.	5. 7^3.
16.	2^2. 379.	2^4. 101.	2^2. 3. 11. 13.
17.	41. 37.	3. 7^3. 11.	17. 101.
18.	2. 3. 11. 23.	2. 809.	2. 859.
19.	7^2. 31.		3^2. 191.
20.	2^4. 5. 19.	2^2. 3^4. 5.	2^3. 5. 43.
21.	3^2. 13^2.		
22.	2. 761.	2. 811.	2. 3. 7. 41.
23.		3. 541.	
24.	2^2. 3. 127.	2^3. 7. 29.	2^2. 431.
25.	5^2. 61.	5^3. 13.	3. 5^2. 23.

	1500.	1600.	1700.
26.	2. 7. 109.	2. 3. 271.	2. 863.
27.	3. 509.		11. 157.
28.	2^3. 191.	2^2. 11. 37.	2^6. 3^3.
29.	11. 139.	3^2. 181.	7. 13. 19.
30.	2. 3^2. 5. 17.	2. 5. 163.	2. 5. 173.
31.		7. 233.	3. 577.
32.	2^2. 383.	2^5. 3. 17.	2^2. 433.
33.	3. 7. 73.	23. 71.	
34.	2. 13. 59.	2. 19. 43.	2. 3. 17^2.
35.	5. 307.	3. 5. 109.	5. 347.
36.	2^9. 3.	2^2. 409.	2^3. 7. 31.
37.	29. 53.		3^2. 193.
38.	2. 769.	2. 3^2. 7. 13.	2. 11. 79.
39.	3^4. 19.	11. 149.	47. 37.
40.	2^5. 5. 7. 11.	2^3. 5. 41.	2^2. 3. 5. 29.
41.	23. 67.	3. 547.	
42.	2. 3. 257.	2. 821.	2. 1367.
43.		31. 53.	3. 7. 83.
44.	2^3. 193.	2^2. 3. 137.	2^4. 109.
45.	3. 5. 103.	5. 7. 47.	5. 349.
46.	2. 773.	2. 823.	2. 3^2. 97.
47.	7. 13. 17.	3^3. 61.	
48.	2^2. 3^2. 43.	2^4. 103.	2^2. 19. 23.
49.		17. 97.	3. 11. 53.
50.	2. 5^2. 31.	2^3. 5^2. 11.	2. 5^3. 7.

	1500.	1600.	1700.
51.	3. 11. 47.	13. 127.	17. 103.
52.	2^4 97.	2^2. 7. 59.	2^3. 3. 73.
53		3. 19 29.	
54	2. 3. 7. 37.	2. 827.	2. 877.
55	5 311.	5. 331.	3^3. 5. 13.
56.	2^2. 389.	2^3. 3^2. 23.	2^2. 439.
57.	3^2. 173.		7 251.
58.	2. 19. 41.	2. 829.	2. 3. 293.
59.		3. 7. 79.	
60.	2^3. 3. 5. 13.	2^2. 5. 83.	2^5. 5. 11.
61.	7 223.	11. 151.	3. 587.
62.	2. 11. 71.	2. 3. 277.	2. 881.
63.	3. 521.		41. 43.
64.	2^2. 17. 23.	2^7. 13.	2^2. 3^2. 7^2.
65.	5. 313.	3^2. 5. 37.	5. 353.
66.	2. 3^3. 29.	2. 7^2. 17.	2. 883.
67.			3. 19. 31.
68.	2^5. 7^2.	2^2. 3. 139.	2^3. 13. 17.
69.	3. 523.		29. 61.
70.	2. 5. 171.	2. 5. 167.	2. 3. 5. 59.
71.		3. 557.	7. 11. 23.
72.	2^5. 3. 131.	2^3. 11. 19.	2^2. 443.
73.	11^2. 13.	7. 239.	3^2. 197.
74.	2 787.	2. 3^3. 31.	2. 887.
75.	3^2. 5^2. 7.	5^2. 67.	5^2. 71.

	1500.	1600.	1700.
76.	2^3. 197.	2^2. 419.	2^4. 3. 37.
77.	19 83.	3. 13. 43.	
78.	2. 3. 263.	2. 839	2. 7. 127.
79.		23. 73.	3. 593.
80.	2^2. 5. 79.	2^4. 3. 5. 7.	2^2. 5. 89
81.	3. 17. 31.	41^2.	13. 137.
82.	2. 7. 113.	2. 29^2.	2. 3^4. 11.
83.		3^2 11. 17.	
84.	2^4. 3^2. 11.	2^2. 421.	2^3. 223.
85.	5. 317.	5. 337.	3. 5. 7. 17.
86.	2. 13. 61	2. 3 281.	2. 19. 47.
87.	3. 23^2.	7. 241.	
88	2^2. 397.	2^3. 211.	2^2. 3. 149.
89	7. 227.	3. 563.	
90.	2. 3. 5. 53	2. 5. 13^2.	2. 5. 179.
91.	43. 37.	19. 89.	3^2. 199.
92.	2^3. 199.	2^2. 3^2. 47.	2^8. 7.
93	3^3. 59		11. 163.
94.	2. 797.	2. 7. 11^2.	2. 3. 13. 23.
95.	5. 11. 29.	3. 5. 113.	5. 359.
96.	2^2. 3. 7. 19.	2^5. 53.	2^2. 449.
97.			3. 599.
98.	2. 17. 47.	2. 3. 283.	2. 29. 31.
99.	3. 13. 41.		7. 257.
100.	2^6. 5^2.	2^2. 5^2. 17.	2^3. 3^2. 5^2.

	1800.	1900.	2000.
1.			3. 23. 29.
2.	2. 17. 53.	2. 3. 317.	2. 7. 11. 13.
3.	3. 601.	11. 173.	
4.	2^2. 11. 41.	2^4. 7. 17.	2^2. 3. 167.
5.	5. 19^2.	3. 5. 127.	5. 401.
6.	2. 3. 7. 43.	2. 953.	2. 17. 59.
7.	13. 139.		3^2. 223.
8.	2^4. 113.	2^2. 3^2. 53.	2^3. 251.
9.	3^3. 67.	23. 83.	7^2. 41.
10.	2. 5. 181.	2. 5. 191.	2. 3. 5. 67.
11.		3. 7^2. 13.	
12.	2^2. 3. 151.	2^3. 239.	2^2. 503.
13.	7^2. 37.		3. 11. 61.
14.	2. 907.	2. 3. 11. 29.	2. 19. 53.
15.	3. 5. 11^2.	5. 383.	5. 13. 31.
16.	2^3. 227.	2^2. 479.	2^5. 3^2. 7.
17.	23. 79.	3^3. 71.	
18.	2. 3^2. 101.	2. 7. 131.	2. 1009.
19.	17. 107.	19. 101.	3. 673.
20.	2^2. 5. 7. 13.	2^7. 3. 5.	2^2. 5. 101.
21.	3. 607.	17. 113.	43. 47.
22.	2. 911.	2. 31^2.	2. 3. 337.
23.		3. 641.	7. 17^2.
24.	2^5. 3. 19.	2^2. 13. 37.	2^3. 11. 23.
25.	5^2. 73.	5^2. 7. 11.	3^4. 5^2.

	1800.	1900.	2000.
26.	2. 11. 83	2. 3^2. 107	2. 1013.
27.	3^2. 7. 29.	41. 47.	
28.	2^2. 457.	2^3. 241.	2^2. 3. 13^2.
29.	31. 59.	3. 643.	
30.	2. 3. 5. 61.	2. 5. 193.	2. 5. 7. 29.
31.			3. 677.
32.	2^3. 229.	2^2. 3. 7. 23.	2^4. 127.
33	3. 13. 47.		19. 107.
34.	2. 7. 131.	2 967.	2. 3^2. 113.
35.	5. 367.	3^2. 5. 43.	5. 11. 37.
36.	2^2. 3^3. 17.	2^4. 11^2.	2^2. 509.
37.	11. 167.	13 149.	3. 7. 97.
38.	2. 919.	2. 3. 17. 19.	2. 1019.
39.	3. 613.	7. 277.	
40.	2^4. 5. 23	2^2. 5. 97.	2^3. 3. 5. 17.
41.	7. 263.	3. 647.	13. 157.
42.	2. 3. 307.	2. 971.	2. 1021.
43.	19. 97.	29. 67.	3^2. 227.
44.	2^2. 461.	2^3. 3^5.	2^2. 7. 73.
45.	3^2. 5. 41.	5. 389.	5. 409
46.	2. 13. 71.	2. 7. 139.	2. 3. 11. 31.
47.		3. 11. 59.	23. 89.
48.	2^3. 3. 7. 11.	2^2. 487.	2^{11}.
49.	43^2		3. 683.
50.	2. 5^2. 37.	2. 3. 5. 13.	2. 5^2. 41.

	1800.	1900.	2000.
51.	3. 617.		7. 293.
52.	2^2. 463.	2^5. 61.	2^2. 3^3. 19.
53.	17. 109.	3^2. 7 31	
54.	2. 3^2. 103.	2. 977.	2. 13. 79.
55.	5. 7. 53.	5. 17. 23.	3. 5. 137.
56.	2^6. 29.	2^2. 3. 163.	2^3. 257.
57.	3. 619.	19. 103.	11^2. 17.
58.	2. 929.	2. 11. 89	2. 3. 7^3.
59.	11. 13^2.	3. 653.	29. 71.
60.	2^2. 3. 5. 31.	2^3. 5. 7^2.	2^2. 5. 103.
61.		53. 37.	3^2. 229.
62.	2. 7^2. 19.	2. 3^2. 109.	2. 1031.
63.	3^4. 23.	13. 151.	
64.	2^3. 233.	2^2. 491.	2^4. 3. 43.
65.	5. 373.	3. 5. 131.	5. 7. 59.
66.	2. 3. 311.	2. 983.	2. 1033.
67.		7. 281.	3. 13. 53.
68.	2^2. 467.	2^4. 3. 41.	2^2. 11. 47.
69.	3. 7. 89.	11. 179.	
70.	2. 5. 11. 17.	2. 5. 197.	2. 3^2. 5. 23.
71.		3^3. 73.	19. 109.
72.	2^4. 3^2. 13.	2^2. 17. 29.	2^3. 7. 37.
73.			3. 691.
74.	2. 937.	2. 3. 7. 47.	2. 17. 61.
75.	3. 5^4.	5^2. 79.	5^2. 83.

	1800.	1900.	2000.
76.	2^2. 7. 67.	2^3. 13. 19.	2^2. 3. 173.
77.		3. 659.	31. 67.
78.	2. 3. 313.	2. 22. 43.	2. 1039.
79.			3^3. 7. 11.
80.	2^3. 5. 47.	2^2. 3^2. 5. 11.	2^5. 5. 13.
81.	3^2. 11. 19.	7. 283.	
82	2. 941.	2. 991.	2. 3. 347.
83.	7. 269.	3. 661.	
84.	2^2. 3. 157.	2^6. 31.	2^2. 521.
85.	5. 13. 29.	5. 397.	3. 5. 139.
86.	2. 23. 41.	2. 3. 331.	2. 7. 149.
87.	3. 17. 37.		
88.	2^5. 59.	2^2. 7. 71.	2^3. 3^2. 29.
89.		3^2. 13. 17.	
90.	2. 3^3. 5. 7.	2. 5. 199.	2. 5. 11. 19.
91.	31. 61.	11. 181.	3. 17. 41.
92.	2^2. 11. 43.	2^3. 3. 83.	2^2. 523.
93.	3. 631.		7. 13. 23.
94.	2. 947.	2. 997.	2. 3. 349.
95.	5. 379.	3. 5. 7. 19.	5. 419.
96.	2^3. 3. 79.	2^2. 499.	2^4. 131.
97.	7. 271.		3^2. 233.
98.	2. 13. 73.	2. 3^3. 37.	2. 1049.
99.	3^2. 211.		
100.	2^2. 5^2. 19.	2^4. 5^3.	2^2. 3. 5^2. 7. 11.

B.

Tafel der Potenzzahlen

von

1 bis 1000000.

Anmerkung.

Von den, neben der Potenzzahlen befindlichen Wurzeln, kann man nur Eine nach Belieben wählen.
So ist, z. B. $6561 = 3^8 = 9^4 = 81^2$.

1	1
4	2^2
8	2^3
9	3^2
16	$2^4, 4^2,$
25	5^2
27	3^3
32	2^5
36	6^2
49	7^2
64	$2^6, 4^3, 8^2,$
81	$3^4, 9^2,$
100	$10^2,$
121	$11^2,$
125	$5^3,$
128	$2^7,$
144	$12^2,$
169	$13^2,$
196	$14^2,$
216	$6^3,$
225	$15^2,$
243	$3^5,$
256	$2^8, 4, 16^2,$
289	$17^2,$
324	$18^2,$
343	$7^3,$
361	$19^2,$
400	$20^2,$
441	$21^2,$
484	$22^2,$
512	$2^9, 8^3$
529	$23^2,$
576	$24^2,$
625	$5^4, 25^2$
676	$26^2,$
729	$3^6, 9^3, 27^2,$
784	$28^2,$
841	$29^2,$
900	$30^2,$
961	$31^2,$
1000	$10^3,$
1024	$2^{10}, 4^5, 32^2,$
1089	$33^2,$
1156	$34^2,$
1225	$35^2,$
1296	$6^4, 36^2,$
1331	$11^3,$
1369	$37^2,$
1444	$38^2,$
1521	$39^2,$

1600	40^2,
1681	41^2,
1728	12^3,
1764	42^2,
1849	43^2,
1936	44^2,
2025	45^2,
2048	2^{11},
2116	46^2,
2187	3^7,
2197	13^3,
2209	47^2,
2304	48^2,
2401	7^4,
2500	50^2,
2601	51^2,
2704	52^2,
2744	14^3,
2809	53^2,
2916	54^2,
3025	55^2,
3125	5^5,
3136	56^2,
3249	57^2,
3364	58^2,

3375	15^3,
3481	59^2,
3600	60^2,
3721	61^2,
3844	62^2,
3969	63^2,
4096	$2^{12}, 4^6, 8^4, 16^3$,
4225	65^2,
4356	66^2,
4489	67^2,
4624	68^2,
4761	69^2,
4900	70^2,
4913	17^3,
5041	71^2,
5184	72^2,
5329	73^2,
5476	74^2,
5625	75^2,
5776	76^2,
5832	18^3,
5929	77^2,
6084	78^2,
6241	79^2,
6400	80^2,

6561	$3^8, 9^4, 81^2,$
6724	$82^2,$
6859	$19^3,$
6889	$83^2,$
7056	$84^2,$
7225	$85^2,$
7396	$86^2,$
7569	$87^2,$
7744	$88^2,$
7776	$6^5,$
7921	$89^2,$
8000	$20^3,$
8100	$90^2,$
8192	$2^{13},$
8281	$91^2,$
8464	$92^2,$
8649	$93^2,$
8836	$94^2,$
9025	$95^2,$
9216	$96^2,$
9291	$21^3,$
9409	$97^2,$
9604	$98^2,$
9801	$99^2,$
10000	$10^4, 100^2,$
10201	$101^2,$
10404	$102^2,$
10609	$103,$
10648	$22^3,$
10816	$104^2,$
11025	$105^2,$
11236	$106^2,$
11449	$107^2,$
11664	$108^2,$
11881	$109^2,$
12100	$110^2,$
12167	$23^3,$
12321	$111^2,$
12544	$112^2,$
12769	$113^2,$
12996	$114^2,$
13225	$115^2,$
13456	$116^2,$
13689	$117^2,$
13824	$24^3,$
13924	$118^2,$
14161	$119^2,$
14400	$120^2,$
14641	$11^4, 121^2$
14884	$122^2,$

15129	123^2,
15376	124^2,
15625	$5^6, 25^3, 125^2$,
15876	126^2
16129	127^2,
16384	$128^2, 2^{14}, 4^7$,
16641	129^2,
16807	7^5,
16900	130^2,
17161	131^2,
17424	132^2,
17576	26^3,
17689	133^2,
17956	134^2,
18225	135^2,
18496	136^2,
18769	137^2,
19044	138^2,
19321	139^2,
19600	140^2,
19683	$3^9, 27^3$,
19881	141^2,
20164	142^2,
20449	143^2,
20736	$144^2, 12^4$,
21025	145^2,
21316	146^2,
21609	147^2,
21904	148^2,
21952	28^3,
22201	149^2,
22500	150^2,
22801	151^2,
23104	152^2,
23409	153^2,
23726	154^2,
24025	155^2,
24336	156^2,
24649	157^2,
24964	158^2,
24983	29^3,
25281	159^2,
25600	160^2,
25921	161^2,
26244	162^2,
26579	163^2,
26896	164^2,
27000	30^2,
27225	165^2,
27556	166^2,

27889	167^2,
28224	168^2,
28561	$13^4, 169^2$,
28900	170^2,
29241	171^2,
29584	172^2,
29791	31^3,
29929	173^2,
30276	174^2,
30625	175^2,
30976	176^2,
31329	177^2,
31684	178^2,
32041	179^2,
32400	180^2,
32761	181^2,
32768	$2^{15}, 8^5, 32^3$,
33124	182^2,
33489	183^2,
33856	184^2,
34225	185^2,
34596	186^2,
34969	187^2,
35344	188^2,
35721	189^2,
35937	33^3,
36100	190^2,
36481	191^2,
36864	192^2,
37249	193^2,
37636	194^2,
38025	195^2,
38416	$14^4, 196^2$,
38809	197^2,
39204	198^2,
39338	34^3,
39601	199^2,
40000	200^2,
40403	201^2,
40806	202^2,
41211	203^2,
41618	204^2,
42029	205^2,
42442	206^2,
42855	207^2,
42875	35^3,
43270	208^2,
43687	209^2,
44100	210^2,
44521	211^2,

44944	212^2,
45369	213^2,
45796	214^2,
46225	215^2,
46656	6^6, 36^3, 216^2,
47089	217^2,
47524	218^2,
47961	219^2,
48400	220^2,
48841	221^2,
49284	222^2,
49729	223^2,
50176	224^2,
50625	15^4, 225^2,
50653	37^3,
51076	226^2,
51529	227^2,
51984	228^2,
52441	229^2,
52900	230^2,
53361	231^2,
53824	232^2,
54289	233^2,
54756	234^2,
54872	38^3,
55225	235^2,
55696	236^2,
56169	237^2,
56644	238^2,
57121	239^2,
57600	240^2,
58081	241^2,
58564	242^2,
59049	3^{10}, 9^5, 243^2,
59319	39^3,
59536	244^2,
60025	245^2,
60516	246^2,
61009	247^2,
61504	248^2,
62001	249^2,
62500	250^2,
63001	251^2,
63504	252^2,
64000	40^3,
64009	253^2,
64516	254^2,
65025	255^2,
65536	2^{16}, 4^8, 16^4, 256^2
66049	257^2,

66564	258^2,
67081	259^2,
67600	260^2,
68121	261^2,
68644	262^2,
68921	41^3,
69169	263^2,
69696	264^2,
70225	265^2,
70756	266^2,
71289	267^2,
71824	268^2,
72361	269^2,
72900	270^2,
73441	271^2,
73984	272^2,
74088	42^3,
74529	273^2,
75076	274^2,
75625	275^2,
76176	276^2,
76729	277^2,
77284	278^2,
77841	279^2,
78125	5^7,
78400	280^2,
78961	281^2,
79501	43^3,
79524	282^2,
80089	283^2,
80656	284^2,
81225	285^2,
81796	286^2,
82369	287^2,
82944	288^2,
83521	$17^4, 289^2$,
84100	290^2,
84681	291^2,
85184	44^3,
85264	292^2,
85849	293^2,
86436	294^2,
87025	295^2,
87616	296^2,
88209	297^2,
88804	298^2,
89401	299^2,
90000	300^2,
90601	301^2,
91125	45^3,

91204	302^2,
91809	303^2,
92416	304^2,
93025	305^2,
93636	306^2,
94249	307^2,
94864	308^2,
95481	309^2,
96100	310^2,
96721	311^2,
97336	46^3,
97344	312^2,
97969	313^2,
98596	314^2,
99225	315^2,
99856	316^2,
100000	10^5,
100489	317^2,
101124	318^2,
101761	319^2,
102400	320^2,
103041	321^2,
103684	322^2,
103823	47^3,
104329	323^2,
104976	$18^4, 324^2$,
105625	325^2,
106276	326^2,
106929	327^2,
107584	328^2,
108241	329^2,
108900	330^2,
109561	331^2,
110224	332^2,
110889	333^2,
111072	48^3,
111556	334^2,
112225	335^2,
112896	336^2,
113569	337^2,
114244	338^2,
114921	339^2,
115600	340^2,
116281	341^2,
116964	342^2,
117649	$7^6, 49^3, 343^2$,
118336	344^2,
119025	345^2,
119716	346^2,
120409	347^2,

121104	348^2,
121801	349^2,
122500	350^2,
123201	351^2,
123904	352^2,
124609	353^2,
125000	50^3,
125316	354^2,
126025	355^2,
126736	356^2,
127449	357^2
128164	358^2
128881	359^2
129600	360^2
130321	19^4, 361^2,
131044	362^2
131072	2^{17}
131769	363^2
132496	364^2
132651	51^3
133225	365^2,
133956	366^2,
134689	367^2,
135424	368^2,
136161	369^2,
136900	370^2,
137641	371^2,
138384	372^2,
139129	373^2,
139876	374^2,
140605	52^3,
140625	375^2,
141376	376^2,
142129	377^2,
142884	378^2,
143641	379^2,
144400	380^2,
145161	381^2,
145924	382^2,
146689	383^2,
147456	384^2,
148225	385^2,
148877	53^3,
157464	54^3,
161051	11^5,
166375	55^3,
175616	56^3,
177147	3^{11},
185193	57^3,
195112	58^3,

205379	59^3,
216000	60^3,
226081	61^3,
238328	62^3,
248832	12^4,
250047	63^3,
262144	$2^{18}, 4^9, 8^6, 64^3$,
274625	65^3,
279936	6^7,
287496	66^3,
300763	67^3,
314432	68^3,
328509	69^3,
343000	70^3,
357911	71^1,
358501	599^2,
360000	600^2,
371293	13^5,
373248	72^3,
389017	73^3,
390625	5^8,
405224	74^3,
421875	75^3,
438976	76^3,
456533	77^3,
474552	78^3,
493039	79^3,
512000	80^3,
524288	2^{19},
531441	$3^{12}, 9^6, 81^3$,
551368	82^3,
571787	83^3,
592704	84^3,
614125	85^3,
636056	86^3,
658503	87^3,
681472	88^3,
704969	89^3,
729000	90^3,
753571	91^3,
778688	92^3,
804357	93^3,
823543	7^7,
830584	94^3,
857375	95^3,
884736	96^3,
912673	97^3,
941192	98^3,
970299	99^3,
1000000	$10^6, 100^3$

C.

Tafel der Logarithmen

für

das Erste Tausend Zahlen.

1.	0, 0000000.	34.	1, 5314789.	67.	1, 8260748.
2.	0, 3010300.	35.	1, 5440680.	68.	1, 8325089.
3.	0, 4771212.	36.	1, 5563025.	69.	1, 8388491.
4.	0, 6020600.	37.	1, 5682017.	70.	1, 8450980.
5.	0, 6989700.	38.	1, 5797836.	71.	1, 8512583.
6.	0, 7781512.	39	1, 5910646.	72.	1, 8573325.
7.	0, 8450980.	40.	1, 6020600.	73.	1, 8633229.
8.	0, 9030900.	41.	1, 6127839.	74.	1, 8692317
9.	0, 9542425.	42.	1, 6232493.	75.	1, 8750613.
10.	1, 0000000.	43.	1, 6334685.	76.	1, 8808136.
11.	1, 0413927.	44.	1, 6434527.	77.	1, 8864907.
12.	1, 0791812.	45.	1, 6532125.	78.	1, 8920946.
13.	1, 1139433.	46.	1, 6627578.	79.	1, 8976271.
14.	1, 1461280.	47.	1, 6720979.	80.	1, 9030900.
15.	1, 1760913.	48.	1, 6812412.	81.	1, 9084850.
16.	1, 2041200.	49.	1, 6901961.	82	1, 9138138.
17.	1, 2304489.	50.	1, 6989700.	83.	1, 9190781.
18.	1, 2552725.	51.	1, 7075702.	84.	1, 9242793.
19.	1, 2787536.	52.	1, 7160033.	85.	1, 9294189.
20.	1, 3010300.	53.	1, 7242759.	86.	1, 9344984.
21.	1, 3222193.	54.	1, 7323938.	87.	1, 9395192.
22.	1, 3424227.	55.	1, 7403627.	88.	1, 9444827.
23.	1, 3617278.	56.	1, 7481880.	89.	1, 9493900.
24.	1, 3802112.	57.	1, 7558748.	90.	1, 9542425.
25.	1, 3979400.	58.	1, 7634280.	91.	1, 9590414.
26.	1, 4149733.	59.	1, 7708520.	92.	1, 9637878.
27.	1, 4313638.	60.	1, 7781512.	93.	1, 9684829.
28.	1, 4471580.	61.	1, 7853298.	94.	1, 9731278.
29.	1, 4623980.	62.	1, 9723917.	65.	1, 9777236.
30.	1, 4771212.	63.	1, 7993405.	96.	1, 9822712.
31.	1, 4913617.	64.	1, 8061800.	97.	1, 9867717.
32.	1, 5051500.	65.	1, 8129133.	98.	1, 9912261.
33.	1, 5185139.	66.	1, 8195439.	99.	1, 9956352.
				100.	2, 0000000.

101.	2, 0043214.	134.	2, 1271048.	167.	2, 2227165.
102.	2, 0086002.	135.	2, 1303338.	168.	2, 2253093.
103.	2, 0128372.	136.	2, 1335389.	169.	2, 2278867.
104.	2, 0170333.	137.	2, 1367206.	170.	2, 2304489.
105.	2, 0211893.	138.	2, 1398791.	171.	2, 2329961.
106.	2, 0253059.	139.	2, 1430148.	172.	2, 2355284.
107.	2, 0293838.	140.	2, 1461280.	173.	2, 2380461.
108.	2, 0334238.	141.	2, 1492191.	174.	2, 2405492.
109.	2, 0374265.	142.	2, 1522883.	175.	2, 2430380.
110.	2, 0413927.	143.	2, 1553360.	176.	2, 2455127.
111.	2, 0453230.	144.	2, 1583625.	177.	2, 2479733.
112.	2, 0492180.	145	2, 1613680.	178.	2, 2504200.
113.	2, 0530784.	146.	2, 1643528.	179.	2, 2528530.
114.	2, 0569048.	147.	2, 1673173.	180.	2, 2552725.
115.	2, 0606978.	148.	2, 1702617.	181.	2, 2576786.
116.	2, 0644580.	149.	2, 1731863.	182.	2, 2600714.
117.	2, 0681859.	150.	2, 1760913.	183.	2, 2624511.
118.	2, 0718820.	151.	2, 1789769.	184.	2, 2648178.
119.	2, 0755470.	152.	2, 1818436.	185.	2, 2671717.
120.	2, 0791812.	153.	2, 1846914	186.	2, 2695129.
121.	2, 0827854.	154	2, 1875207.	187.	2, 2718416.
122.	2, 0863598.	155.	2, 1903317.	188.	2, 2741578.
123.	2, 0899051.	156.	2, 1931246.	189.	2, 2764618.
124.	2, 0934217.	157.	2, 1958996.	190.	2, 2787536.
125.	2, 0969100.	158.	2, 1986571.	191.	2, 2810334.
126.	2, 1003705.	159.	2, 2013971.	192.	2, 2833012.
127.	2, 1038037.	160.	2, 2041200.	193.	2, 2855573.
128.	2, 1072100.	161.	2, 2068259.	194.	2, 2878017.
129.	2, 1105897.	162.	2, 2095150.	195.	2, 2900346.
130.	2, 1139433.	163.	2, 2121876.	196.	2, 2922561.
131.	2, 1172713.	164.	2, 2148438.	197.	2, 2944662.
132.	2, 1205739.	165.	2, 2174839.	198.	2, 2966652.
133.	2, 1238516.	166.	2, 2201081.	199.	2, 2988531.
				200.	2, 3010300.

201.	2, 3031961.	234.	2, 3692159.	267.	2, 4265113.
202.	2, 3053514.	235.	2, 3710679.	268.	2, 4281348.
203.	2, 3074960.	236	2, 3729120.	269	2, 4297523.
204.	2, 3096302.	237.	2, 3747483.	270	2, 4313638.
205.	2, 3117539.	238.	2, 3765770.	271	2, 4329693.
206.	2, 3138672.	239	2, 3783979.	272	2, 4345689.
207.	2, 3159703.	240.	2, 3802112.	273.	2, 4361626.
208.	2, 3180633.	241.	2, 3820170.	274.	2, 4377506.
209.	2, 3201463.	242.	2, 3838154.	275.	2, 4393327.
210.	2, 3222193.	243.	2, 3856063.	276.	2, 4409091.
211.	2, 3242824.	244.	2, 3873898.	277.	2, 4424798.
212.	2, 3263359.	245.	2, 3891661.	278.	2, 4440448.
213.	2, 3283796.	246.	2, 3909351.	279.	2, 4456042.
214.	2, 3304138.	247.	2, 3926969.	280.	2, 4471580.
215.	2, 3324385.	248.	2, 3944517.	281.	2, 4487063.
216.	2, 3344537.	249.	2, 3961993.	282.	2, 4502491.
217.	2, 3364597.	250.	2, 3979400.	283.	2, 4517864.
218	2, 3384565.	251.	2, 3996737.	284.	2, 4533183.
219.	2, 3404441.	252.	2, 4014005.	285.	2, 4548449
220	2, 3424227.	253.	2, 4031205.	286.	2, 4563660.
221.	2, 3443923.	254.	2, 4048337.	287.	2, 4578819.
222.	2, 3463530.	255.	2, 4065402.	288.	2, 4593925.
223.	2, 3483049.	256.	2, 4082400.	289.	2, 4608978.
224.	2, 3502480.	257.	2, 4099331.	290.	2, 4623980.
225.	2, 3521825.	258.	2, 4116197.	291.	2, 4638930.
226.	2, 3541084.	259.	2, 4132998.	292.	2, 4653828.
227.	2, 3560259.	260.	2, 4149733.	293.	2, 4668676.
228.	2, 3579348.	261.	2, 4166405.	294.	2, 4683473.
229.	2, 3598355.	262.	2, 4183013.	295.	2, 4698220.
230.	2, 3617278.	263.	2, 4199557.	296.	2, 4712917.
231.	2, 3636120.	264.	2, 4216039.	267.	2, 4727564.
232.	2, 3654880.	265.	2, 4232459.	298.	2, 4742163.
233.	2, 3673559.	266.	2, 4248810.	299.	2, 4756712.
				300.	2, 4771212.

301.	2, 4785665.	334.	2, 5237465.	367.	2, 5646661.
302.	2, 4800069.	335.	2, 5250448.	368.	2, 5658478.
303.	2, 4814426.	336.	2, 5263393.	369.	2, 5670264.
304.	2, 4828736.	337.	2, 5276299.	370.	2, 5682017.
305.	2, 4842998.	338.	2, 5289167.	371.	2, 5693739.
306.	2, 4857214.	339	2, 5301997.	372.	2, 5705429.
307.	2, 4871384.	340.	2, 5314789.	373	2, 5717088.
308.	2, 4885507	341.	2, 5327544.	374.	2, 5728716.
309.	2, 4899585.	342.	2, 5340261.	375.	2, 5740313.
310.	2, 4913617.	343.	2, 5352941.	376.	2, 5751878.
311.	2, 4927604.	344.	2, 5365584.	377.	2, 5763413.
312.	2, 4941546.	345.	2, 5378191.	378	2, 5774918.
313.	2, 4955443.	346.	2, 5390761.	379.	2, 5786392.
314.	2, 4969296.	347.	2, 5403295.	380	2, 5797836.
315.	2, 4983105.	348.	2, 5415792.	381	2, 5809250.
316.	2, 4996871.	349.	2, 5428254.	382.	2, 5820634.
317.	2, 5010593.	350.	2, 5440080.	383.	2, 5831988.
318.	2, 5024271.	351.	2, 5453071.	384	2, 5843312.
319.	2, 5037907.	352.	2, 5465427.	385.	2, 5854607.
320.	2, 5051500.	353.	2, 5477747.	386.	2, 5865873.
321.	2, 5065050.	354	2, 5490033.	387.	2, 5877110.
322.	2, 5078559.	355.	2, 5502283.	388.	2, 5888317.
323.	2, 5092025.	356.	2, 5514500.	389.	2, 5899496.
324	2, 5105450.	357.	2, 5526682.	390.	2, 5910646.
325.	2, 5118834.	358	2, 5538830.	391.	2, 5921768.
326.	2, 5132176.	359	2, 5550944.	392.	2, 5932861.
327.	2, 5145477.	360.	2, 5563025.	393.	2, 5943925.
328.	2, 5158738.	361.	2, 5575072.	394	2, 5954962.
329.	2, 5171959.	362.	2, 5587686.	395	2, 5965971.
330.	2, 5185139.	363.	2, 5599066.	396.	2, 5976952.
331.	2, 5198280.	364.	2, 5611014.	397.	2, 5987905.
332.	2, 5211381.	365.	2, 5622929.	398.	2, 5998831.
333.	2, 5224442.	366.	2, 5634811.	399.	2, 6009729.
				400.	2, 6020600.

401.	2, 6031444.	434.	2, 6374897.	467.	2, 6693169.
402.	2, 6042260.	435.	2, 6384893.	468.	2, 6702458.
403.	2, 6053050.	436.	2, 6394865.	469	2, 6711728.
404.	2, 6063814	437.	2, 6404814.	470.	2, 6720979.
405.	2, 6074550.	438.	2, 6414741.	471.	2, 6730209.
406.	2, 6085260.	439.	2, 6424645.	472.	2, 6739420.
407.	2, 6095944.	440.	2, 6434527.	473	2, 6748611.
408.	2, 6106602.	441.	2, 6444386.	474	2, 6757783.
409.	2, 6117233.	442.	2, 6454223.	475.	2, 6766936.
410.	2, 6127839.	443.	2, 6464037.	476	2, 6776069.
411.	2, 6138418.	444.	2, 6473830.	477.	2, 6785184.
412.	2, 6148972.	445.	2, 6483600.	478.	2, 6794279.
413.	2, 6159500.	446.	2, 6493349	479.	2, 6803355.
414.	2, 6170003	447.	2, 6503075.	480.	2, 6812412.
415.	2, 6180481.	448.	2, 6512780.	481.	2, 6821451.
416.	2, 6190933.	449.	2, 6522463.	482.	2, 6830470.
417.	2, 6201300.	450.	2, 6532125.	483.	2, 6839471.
418.	2, 6211763.	451.	2, 6541765.	484.	2, 6848454.
419.	2, 6222140.	452.	2, 6551384.	485.	2, 6857417.
420	2, 6232493.	453.	2, 6560982.	486.	2, 6866363.
421.	2, 6242821.	454.	2, 6570558.	487.	2, 6875290.
422.	2, 6253124.	455.	2, 6580114.	488.	2, 6884198.
423.	2, 6273404	456.	2, 6589648.	489.	2, 6893089.
424.	2, 6273659.	457.	2, 6599162.	490.	2, 6901961.
425.	2, 6283889.	458.	2, 6608655.	491.	2, 6910815.
426.	2, 6294096.	459.	2, 6618127.	492	2, 6919651.
427.	2, 6304279.	460.	2, 6627578.	493.	2, 6928469.
428.	2, 6314438.	461.	2, 6637009.	494.	2, 6937269.
429.	2, 6324573.	462.	2, 6646420.	495.	2, 6946052.
430.	2, 6334685.	463.	2, 6655810.	496.	2, 6954817.
431.	2, 6344773.	464.	2, 6665180.	497.	2, 6963564.
432.	2, 6354837.	465.	2, 6674529.	498.	2, 6972293.
433.	2, 6364879.	466	2, 6683859.	499.	2, 6981005.
				500.	2, 6989700.

501.	2, 6998377.	534.	2, 7275413.	567.	2, 7535831.
502.	2, 7007037.	535.	2, 7283538.	568.	2, 7543483.
503.	2, 7015680.	536.	2, 7291648.	569.	2, 7551123.
504.	2, 7024305.	537.	2, 7299743.	570.	2, 7558748.
505.	2, 7032914.	538.	2, 7307823.	571.	2, 7566361.
506.	2, 7041505.	539.	2, 7315888.	572.	2, 7573960.
507.	2, 7050080.	540.	2, 7323938.	573.	2, 7581546.
508.	2, 7058637.	541.	2, 7331973.	574.	2, 7589119.
509.	2, 7067178.	542.	2, 7339993.	575.	2, 7596678.
510.	2, 7075702.	543.	2, 7347998.	576.	2, 7604225.
511.	2, 7084209.	544.	2, 7355989.	577	2, 7611758.
512.	2, 7092700.	545	2, 7363965.	578.	2, 7619278.
513.	2, 7101174.	546.	2, 7371926.	579.	2, 7626786.
514.	2, 7109631.	547.	2, 7379873.	580.	2, 7634280.
515.	2, 7118072.	548.	2, 7387806.	581.	2, 7641761.
516.	2, 7126497.	549.	2, 7395723.	582.	2, 7649230.
517.	2, 7134905.	550.	2, 7403627.	583.	2, 7656685.
518.	2, 7143298.	551.	2, 7411516.	584	2, 7664128.
519	2, 7151674.	552.	2, 7419391.	585.	2, 7671559.
520.	2, 7160033.	553.	2, 7427251.	586.	2, 7678976.
521.	2, 7168377.	554	2, 7435098.	587.	2, 7686381.
522.	2, 7176705.	555.	2, 7442930.	588.	2, 7693773.
523.	2, 7185017.	556.	2, 7450748.	589.	2, 7701153.
524.	2, 7193313.	557.	2, 7458552.	590.	2, 7708520
525.	2, 7201593.	558.	2, 7466342.	591.	2, 7715875.
526.	2, 7209857.	559.	2, 7474118.	592.	2, 7723217.
527.	2, 7218106.	560.	2, 7481880.	593.	2, 7730547.
528.	2, 7226339.	561.	2, 7489629.	594.	2, 7737864.
529.	2, 7234557.	562.	2, 7497363.	595.	2, 7745170.
530.	2, 7242759.	563.	2, 7505084.	596.	2, 7752463.
531.	2, 7250945.	564.	2, 7512791.	597.	2, 7759743.
532.	2, 7259116.	565.	2, 7520484.	598.	2, 7767012.
533.	2, 7267272.	566.	2, 7528164.	599.	2, 7774268.
				600.	2, 7781512.

601.	2, 7788745.	634.	2, 8020893.	667.	2, 8241258.
602.	2, 7795965.	635.	2, 8027737.	668.	2, 8247765.
603	2, 7803173.	636.	2, 8034571.	669	2, 8254261.
604.	2, 7810369	637	2, 8041394.	670.	2, 8260748.
605.	2, 7817554.	638.	2, 8048207.	671.	2, 8267225.
606.	2, 7824726.	639	2, 8055009.	672.	2, 8273693.
607.	2, 7831887.	640.	2, 8061800.	673.	2, 8280151.
608.	2, 7839036.	641.	2, 8068580.	674.	2, 8286599.
609.	2, 7846173.	642.	2, 8075350.	675.	2, 8293038.
610.	2, 7853298.	643.	2, 8082110.	676.	2, 8299467.
611.	2, 7860412.	644.	2, 8088859.	677.	2, 8305887.
612.	2, 7867514.	645.	2, 8095597.	678.	2, 8312298.
613.	2, 7874605.	646.	2, 8102325.	679.	2, 8318699.
614.	2, 7881684.	647.	2, 8109043.	680.	2, 8325089.
615.	2, 7888751.	648.	2, 8115750.	681.	2, 8331471.
616.	2, 7895807.	649.	2, 8122447.	682	2, 8337844.
617.	2, 7902852.	650.	2, 8129134.	683.	2, 8344207.
618	2, 7909885.	651	2, 8135810.	684.	2, 8350561.
619.	2, 7916906.	652.	2, 8142476.	685.	2, 8356906
620	2, 7923917.	653	2, 8149132.	686.	2, 8363241.
621.	2, 7930916.	654	2, 8155777.	687.	2, 8369567.
622.	2, 7937904.	655.	2, 8162413.	688.	2, 8375884
623	2, 7944880.	656.	2, 8169038.	689.	2, 8382192.
624.	2, 7951846.	657.	2, 8175654.	690.	2, 8388491.
625.	2, 7958800.	658.	2, 8182259.	691.	2, 8394780.
626	2, 7965744.	659.	2, 8188854.	692.	2, 8401061.
627.	2, 7972675.	660.	2, 8195439.	693.	2, 8407332.
628.	2, 7979596.	661.	2, 8202015.	694.	2, 8413595.
629.	2, 7986506.	662.	2, 8208580.	695.	2, 8419848.
630.	2, 7993405.	663.	2, 8215135.	696.	2, 8426092.
631.	2, 8000294.	664.	2, 8221681.	697.	2, 8432328.
632.	2, 8007171.	665.	2, 8228216.	698.	2, 8438554.
633.	2, 8014037.	666.	2, 8234742.	699.	2, 8444772.
				700.	2, 8450980

701.	2, 8457180.	734.	2, 8656961.	767.	2, 8847954.
702.	2, 8463371.	735.	2, 8662873.	768.	2, 8853612.
703.	2, 8469553.	736.	2, 8668778.	769	2, 8859263.
704.	2, 8475727.	737.	2, 8674675.	770.	2, 8864907.
705.	2, 8481891.	738.	2, 8680564.	771.	2, 8870544.
706.	2, 8488047.	739.	2, 8685444.	772.	2, 8876173.
707.	2, 8494194.	740.	2, 8692317.	773	2, 8881795.
708.	2, 8500333.	741.	2, 8698182.	774.	2, 8887410.
709.	2, 8506462.	742.	2, 8704039.	775.	2, 8893017.
710.	2, 8512583.	743.	2, 8709888.	776.	2, 8898617.
711.	2, 8518696.	744.	2, 8715729.	777.	2, 8904216.
712.	2, 8524800	745.	2, 8721563.	778.	2, 8909796.
713.	2, 8530895.	746.	2, 8727388.	779.	2, 8915375.
714.	2, 8536982.	747.	2, 8733206.	780.	2, 8920946.
715.	2, 8533060.	748.	2, 8739016.	781	2, 8926510.
716.	2, 8545130.	749.	2, 8744818.	782.	2, 8932067.
717.	2, 8555191.	750	2, 8750613.	783.	2, 8937618.
718.	2, 8561244.	751	2, 8756399.	784	2, 8943161.
719.	2, 8567289.	752.	2, 8762178.	785.	2, 8948696.
720.	2, 8573325.	753.	2, 8767950.	786.	2, 8954225.
721.	2, 8579353.	754	2, 8773713.	787.	2, 8959747.
722.	2, 8585372.	755.	2, 8779469.	788.	2, 8965262.
723.	2, 8591383.	756.	2, 8785218.	789.	2, 8970770.
724.	2, 8597386.	757.	2, 8790959.	790.	2, 8976271.
725.	2, 8603380.	758.	2, 8796692.	791.	2, 8981765.
726.	2, 8609366.	759	2, 8802418.	792.	2, 8987252.
727.	2, 8615344.	760.	2, 8808136.	793.	2, 8992732.
728.	2, 8621314.	761.	2, 8813847.	794.	2, 8998205.
729.	2, 8627275.	762.	2, 8819550.	795.	2, 9003671.
730.	2, 8633229.	763.	2, 8825245.	796.	2, 9009131.
731.	2, 8639174.	764.	2, 8830934.	797.	2, 9014583.
732.	2, 8645111.	765.	2, 8836614.	798.	2, 9020029.
733.	2, 8651040.	766.	2, 8842288.	799.	2, 9025468.
				800.	2, 9030900.

801.	2, 9036325.	834.	2, 9211660.	867.	2, 9380191.
802.	2, 9041744.	835.	2, 9216865.	868.	2, 9385197.
803.	2, 9047155.	836.	2, 9222063.	869.	2, 9390198.
804.	2, 9052560.	837.	2, 9227254	870.	2, 9395192.
805.	2, 9057959.	838.	2, 9232440	871.	2, 9400181.
806.	2, 9063350.	839.	2, 9237620.	872.	2, 9405165.
807.	2, 9068735.	840.	2, 9242793	873	2, 9410142.
808.	2, 9074114	841.	2, 9247960	874	2, 9415114.
809.	2, 9079485.	842.	2, 9253121.	875.	2, 9420080.
810.	2, 9084850.	843.	2, 9258276.	876	2, 9425041.
811.	2, 9090208.	844.	2, 9263424.	877.	2, 9429996.
812.	2, 9095560.	845.	2, 9268567.	878	2, 9434945.
813.	2, 9100905.	846.	2, 9273704.	879.	2, 9439889.
814.	2, 9106244	847.	2, 9278834.	880.	2, 9444827.
815.	2, 9111576.	848.	2, 9283958.	881.	2, 9449759.
816.	2, 9116901.	849.	2, 9289077.	882.	2, 9454686.
817.	2, 9122220.	850.	2, 9294189.	883.	2, 9459607.
818	2, 9127533.	851.	2, 9299296	884.	2, 9464523.
819	2, 9132839.	852.	2, 9304396.	885.	2, 9469433.
820	2, 9138138.	853.	2, 9309490.	886.	2, 9474337.
821.	2, 9143431.	854.	2, 9314579.	887.	2, 9479236.
822.	2, 9148718.	855.	2, 9319661.	888.	2, 9484130.
823.	2, 9153998.	856.	2, 9324738.	889.	2, 9489018.
824.	2, 9159272.	857.	2, 9329808.	890.	2, 9493900.
825.	2, 9164539.	858.	2, 9334873.	891.	2, 9498777.
826.	2, 9169800.	859.	2, 9339932.	892	2, 9503648.
827.	2, 9175055.	860.	2, 9344984.	893.	2, 9508514.
828.	2, 9180303.	861.	2, 9350031.	894.	2, 9513375.
829.	2, 9185545.	862.	2, 9355073.	895.	2, 9518230.
830.	2, 9190781.	863.	2, 9360108.	896.	2, 9523080.
831.	2, 9196010.	864.	2, 9365137.	897.	2, 9527924.
832.	2, 9201233.	865.	2, 9370161.	898.	2, 9532763.
833.	2, 9206450.	866.	2, 9375179.	899.	2, 9537597.
				900.	2, 9542425.

901.	2, 9547248.	934.	2, 9703469.	967.	2, 9854265.
902.	2, 9552065.	935.	2, 9708116.	968.	2, 9858753.
903.	2, 9556877.	936.	2, 9712758.	969.	2, 9863238.
904.	2, 9561684.	937.	2, 9717396.	970.	2, 9867717.
905.	2, 9566486.	938.	2, 9722028.	971.	2, 9872192
906.	2, 9571282.	939.	2, 9726656.	972.	2, 9876663.
907.	2, 9576073.	940.	2, 9731278.	973.	2, 9881128.
908.	2, 9580858.	941.	2, 9735896.	974.	2, 9885589.
909.	2, 9585639.	942.	2, 9740509.	975.	2, 9890046.
910.	2, 9590414.	943.	2, 9745117.	976.	2, 9894498.
911.	2, 9595184.	944.	2, 9749720	977.	2, 9898946.
912.	2, 9599948.	945.	2, 9754318.	978.	2, 9903388.
913.	2, 9604708.	946.	2, 9758911.	979.	2, 9907827.
914.	2, 9609462.	947.	2, 9763500.	980.	2, 9912261.
915.	2, 9614211.	948.	2, 9768083.	981.	2, 9916690.
916.	2, 9618955.	949.	2, 9772662.	982.	2, 9921115.
917.	2, 9623693.	950.	2, 9777236.	983.	2, 9925535.
918.	2, 9628427.	951.	2, 9781805.	984.	2, 9929951.
919.	2, 9633155.	952.	2, 9786369.	985.	2, 9934362.
920.	2, 9637878.	953.	2, 9790929.	986.	2, 9938769.
921.	2, 9642596.	954.	2, 9795484.	987.	2, 9943171.
922.	2, 9647309.	955.	2, 9800034.	988.	2, 9947569.
923.	2, 9652017.	956.	2, 9804579.	989.	2, 9951963.
924.	2, 9656720.	957.	2, 9809119.	990	2, 9956352.
925.	2, 9661417.	958.	2, 9813655.	991.	2, 9960736.
926.	2, 9666110.	959.	2, 9818186.	992.	2, 9965117.
927.	2, 9670797.	960.	2, 9822712.	993.	2, 9969492.
928.	2, 9675480.	961.	2, 9827234.	994.	2, 9973864.
929.	2, 9680157.	962.	2, 9831751.	995.	2, 9978231.
930.	2, 9684829.	963.	2, 9836263.	996.	2, 9982593.
931.	2, 9689497.	964.	2, 9840770.	997.	2, 9986951.
932.	2, 9694159.	965.	2, 9845273.	998.	2, 9991305.
933.	2, 9698816.	966.	2, 9849771.	999.	2, 9995655.
				1000	3, 0000000.

2732

XX II 90

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schröter, Friedrich August,

Versuch einer Anleitung zur praktischen Rechenkunst

Halle 1795
Math.p. 511
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082778-4
VD18 11735090-001